



Rui Miguel Ribeiro

Licenciado em Ciências da Engenharia Civil

Estudo da fendilhação na zona local de ancoragem de pré-esforço

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Professora Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão,
Professora Auxiliar, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Professor Doutor Fernando Farinha da Silva Pinho
Arguente: Professor Doutor António Manuel Pinho Ramos
Vogal: Professora Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro de 2017

“Copyright” Rui Miguel Ribeiro, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, quero agradecer à minha orientadora, a Professora Doutora Carla Marchão, pela paciência e simpatia para me receber "dia sim dia sim", pela calma que me transmitiu em momentos de mais pressão e acima de tudo pelo seu enorme conhecimento e sabedoria que me foi transmitindo. Tive a sorte de no fim desta caminhada ser acompanhado por alguém que considero o modelo ideal de orientador, tornando tudo mais fácil!

A todos os amigos que se foram cruzando comigo nesta longa caminhada, um muito obrigado porque todos foram importantes à sua maneira.

Aos meus pais, pela compreensão e constante incentivo durante toda esta fase, mas mais importante, pela pressão imposta quando assim foi preciso.

Ao meu irmão Pedro, por ser o meu melhor amigo, por estar sempre comigo, por ter sempre uma palavra de incentivo, pelo seu interesse em tudo o que é meu.

À minha namorada Catarina, por acreditar sempre em mim, à vezes mais que eu próprio, por me ter acompanhado em todas as fases fáceis e difíceis, pelo seu amor incondicional. Sei que posso sempre contar contigo!

Resumo

Com o objetivo de estudar a fendilhação na zona de ancoragem de pré-esforço, realizou-se um estudo paramétrico, tendo como base o ensaio de transferência de carga preconizado na ETAG013. Os modelos foram calibrados utilizando resultados de ensaios experimentais de modelos semelhantes.

Para a realização da calibração e do estudo paramétrico foi utilizado o programa de cálculo automático ATENA3D (*Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*), uma vez que este permite a execução de análises nas quais são consideradas as características não lineares dos materiais, como por exemplo o esmagamento e a fendilhação do betão.

Para a calibração foram realizados 15 diferentes combinações dos parâmetros do betão para os 9 modelos experimentais, perfazendo um total de 135 modelos. Os modelos foram conduzidos à rotura através da imposição de deslocamentos no topo da cabeça de ancoragem.

Com os resultados obtidos na calibração realizou-se um estudo paramétrico, onde foram analisados 270 modelos numéricos. Os parâmetros estudados foram a classe de resistência do betão, a dimensão da secção, o diâmetro dos estribos e da armadura helicoidal e o recobrimento. Os modelos numéricos foram monitorizados para a obtenção da carga de aparecimento da primeira fenda.

De uma forma geral, a análise de resultados efetuada conduz à conclusão que a carga de início de fendilhação aumenta com o aumento da resistência do betão e com a presença de armadura, e diminui com o aumento do recobrimento e da secção. Também se conclui que, para o controlo da fendilhação, a armadura em estribos é mais eficaz que a armadura helicoidal.

Palavras chave:

zona local de ancoragem de pré-esforço, fendilhação, análise numérica, estudo paramétrico

Abstract

With the aim of studying the cracking process in the local anchorage zone of post-tensioning tendons, a parametric study based on the load transfer test recommended by the ETAG 013 was performed. The models were calibrated using the experimental results obtained in tests of similar specimens.

The calibration and the parametric study were conducted using the finite element software ATENA 3D (Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis), in order to consider the non-linear characteristics of the materials, as the cracking and crushing of the concrete.

For the calibration, 15 different combinations of the concrete parameters and 9 experimental specimens were considered, making a total of 135 models. The load was applied by imposing displacements at the top of the anchor head.

With the results obtained in the calibration, a parametric study was carried out. A total of 270 numerical models were analyzed. The studied parameters were the concrete strength, the section size, the diameter of the stirrups and the spiral reinforcement and the bar cover. The numerical models were monitored to obtain the load of appearance of the first crack.

In general, the analysis results leads to the conclusion that the cracking load increases with the increasing of the concrete strength and with the presence of reinforcement, and decreases with the increasing of bar cover and section size. It is also concluded that, for the control of cracking, the reinforcement in stirrups is more effective than the spiral.

Keywords:

post-tensioning local anchorage zones, cracking, numerical analysis, parametric study

Índice de Matérias

Copyright	i
Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xv
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xvii
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento Geral	1
1.2 Objetivo	1
1.3 Estrutura da tese	2
2 Estado da Arte	3
2.1 Introdução	3
2.2 Desenvolvimento Histórico	3
2.2.1 Ibell e Burgoyne (1993)	3
2.2.2 Oh, Lim e Park (1997)	5
2.2.3 Bonetti (2005)	6
2.2.4 Axson (2008)	8
2.2.5 Bonetti, Roberts-Wollmann e Santos (2014)	9
2.3 Regulamentos	9
2.3.1 FIP Recommendation (1993)	9
2.3.2 AASHTO (2002)	11
2.3.3 ETAG 013 (2012)	13
3 Fundamentos da Análise Não-Linear	17
3.1 Introdução	17
3.2 Método de Newton-Raphson	17
3.3 Elementos Finitos Sólidos	19
3.4 Betão	20
3.4.1 Relação Tensão-Deformação	20
3.4.2 Critério de Rotura Biaxial	21
3.4.3 Tração	22

3.4.4	Compressão	22
3.4.5	Fendilhação	24
3.5	Armaduras	27
3.5.1	Relações tensão-deformação	27
3.5.2	Modelos de aderência-escorregamento aço-betão	28
4	Calibração dos modelos numéricos	31
4.1	Introdução	31
4.2	Geometria dos modelos	31
4.3	Propriedades mecânicas dos materiais	34
4.3.1	Betão	34
4.3.2	Aço	35
4.3.3	Ancoragem	35
4.3.4	Apoio	36
4.3.5	Interface betão-aço da ancoragem	36
4.3.6	Interface betão-armaduras	37
4.4	Crítérios utilizados para a calibração dos modelos	40
4.5	Resultados dos modelos numéricos	40
4.5.1	Relação força-deslocamento	40
4.5.2	Carga de início de fendilhação	42
5	Estudo paramétrico	45
5.1	Introdução	45
5.2	Geometria dos modelos	45
5.3	Propriedades mecânicas do betão	46
5.4	Tensão de aderência - escorregamento	46
5.5	Análise dos Resultados	48
5.5.1	Designação dos modelos	48
5.5.2	Carga de início de fendilhação	48
5.5.3	Abertura de fendas	57
5.5.4	Análise das tensões tridimensionais	59
5.5.5	Comparação com previsão de fendilhação de Bonetti para modelos sem armadura	61
6	Conclusões e desenvolvimentos futuros	65
6.1	Conclusões	65
6.2	Desenvolvimentos futuros	66
	Referências bibliográficas	69

Índice de Figuras

2.1	Geometria dos provetes ensaiados por Ibell e Burgoyne [15]	4
2.2	Armaduras dos provetes ensaiados por Ibell e Burgoyne [15]	4
2.3	Representação das variáveis adoptadas por Bonetti [3]	6
2.4	Armadura de confinamento na zona local de ancoragem de pré-esforço [23]	8
2.5	Ensaio de Transferência de carga de FIP Recommendation [19]	10
2.6	Ensaio previstos na AASHTO para zonas locais de ancoragem de pré-esforço [1]	12
2.7	Proвете adotado na ETAG013 para o ensaio de carga [13]	14
2.8	Ensaio de transferência de carga previsto na ETAG013 [19]	15
2.9	Critério de estabilização de abertura de fendas definido em [13]	16
2.10	Critério de estabilização de deformações definido em [13]	16
3.1	Método de Newton-Raphson [9]	19
3.2	Geometrias de elementos finitos disponibilizadas no ATENA 3D [9]	19
3.3	Diagrama tensão-deformação do estado uniaxial do betão [9]	20
3.4	Critério de rotura biaxial do betão [9]	21
3.5	Lei de abertura de fendas exponencial [9]	22
3.6	Diagrama de tensão-deformação do betão à compressão [9]	23
3.7	Fases de fendilhação do betão no diagrama tensão-deformação do betão [9]	24
3.8	Modelo de fendas fixas [9]	25
3.9	Modelo com rotação de fendas [9]	26
3.10	Comportamento do betão após fendilhação: redução da resistência à compressão [9]	26
3.11	Relação tensão-deformação do aço: comportamento bilinear [9]	27
3.12	Relação tensão-deformação do aço: comportamento multilinear [9]	28
3.13	Relação tensão-deformação do aço: comportamento bilinear com endurecimento [9]	28
3.14	Modelo tensão-escorregamento [20]	29
4.1	Composição dos modelos completos	31
4.2	Composição dos modelos simplificados	32
4.3	Simplificação da armadura helicoidal	32
4.4	Geometria genérica dos prismas considerados	33
4.5	Bloco rígido de aço utilizado como apoio dos modelos	36
4.6	Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes F1, P1 e P2	38
4.7	Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes F2	38
4.8	Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes F3	38
4.9	Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes P1B/C	39
4.10	Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes P1A e P2A	39

4.11 Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes P1B/C	39
4.12 Modelos tipo F: Comparação de resultados experimentais e numéricos . . .	41
4.13 Modelos tipo P: Comparação de resultados experimentais e numéricos . .	42
4.14 Modelo F1: Comparação de deslocamentos relativos na face dos modelos	43
4.15 Modelo F2: Comparação de deslocamentos relativos na face dos modelos	44
4.16 Modelo F3: Comparação de deslocamentos relativos na face dos modelos	44
5.1 Tensão de aderência-escorregamento relativa à classe C30/37	47
5.2 Tensão de aderência-escorregamento relativa à classe C35/45	47
5.3 Tensão de aderência-escorregamento relativa à classe C40/50	47
5.4 Variação da carga de fendilhação com a resistência do betão	48
5.5 Variação da carga de fendilhação com a dimensão da secção	49
5.6 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm)	50
5.7 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,4$, $c=10$ mm)	50
5.8 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,8$, $c=10$ mm)	50
5.9 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,2$, $c=20$ mm)	51
5.10 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,4$, $c=20$ mm)	51
5.11 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,8$, $c=20$ mm)	52
5.12 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,2$, $c=30$ mm)	52
5.13 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,4$, $c=30$ mm)	52
5.14 Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,8$, $c=30$ mm)	53
5.15 Variação da carga de fendilhação com o diâmetro da armadura helicoidal ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm, $f_{cm}=38$ MPa)	53
5.16 Variação da carga de fendilhação com o diâmetro da armadura helicoidal ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm, $f_{cm}=43$ MPa)	54
5.17 Variação da carga de fendilhação com o diâmetro dos estribos ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm, $f_{cm}=38$ MPa)	54
5.18 Variação da carga de fendilhação com o diâmetro dos estribos ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm, $f_{cm}=43$ MPa)	55
5.19 Variação da carga de fendilhação com o recobrimento ($A/A'=2,2$, $\rho=2$) . . .	55
5.20 Variação da carga de fendilhação com o recobrimento ($A/A'=2,2$, $\rho=4,9$) . .	56
5.21 Variação da carga de fendilhação com o recobrimento ($A/A'=2,8$, $\rho=2$) . . .	56
5.22 Variação da carga de fendilhação com o recobrimento ($A/A'=2,8$, $\rho=4,9$) . .	56
5.23 Abertura de fendas com alteração da resistência do betão	57
5.24 Abertura de fendas com alteração da secção	57
5.25 Abertura de fendas com alteração do diâmetro dos estribos	58
5.26 Abertura de fendas com alteração do diâmetro da armadura helicoidal . . .	58
5.27 Abertura de fendas com alteração do recobrimento	58
5.28 Comparação de tensões de modelos com diferentes taxas de armadura . .	60
5.29 Comparação de tensões de modelos com diferentes recobrimentos	60

5.30 Comparação de tensões de modelos com diferentes secções	61
5.31 Comparação da carga de rotura em modelos sem armadura com alteração da secção	63

Índice de Tabelas

4.1	Armadura e dimensões dos modelos numéricos	33
4.2	Propriedades do betão dos modelos utilizados para a calibração	34
4.3	Outros parâmetros do betão utilizados	35
4.4	Propriedades mecânicas das armaduras	35
4.5	Características do aço da ancoragem	35
4.6	Parâmetros utilizados na interface entre o betão e o aço da ancoragem . .	36
4.7	Parâmetros para a definição das relações tensão de aderência-escorregamento	37
4.8	Parâmetros utilizados na definição das relações tensão de aderência - escorregamento	37
4.9	Espaçamento entre nervuras em função do diâmetro do varão	37
4.10	Parâmetros calibrados	40
4.11	Extensão máxima de tração do betão	43
4.12	Forças para as quais ocorre a extensão máxima do betão à tração	43
5.1	Propriedades do betão dos modelos utilizados no estudo paramétrico . . .	46
5.2	Parâmetros utilizados na definição das relações tensão de aderência - escorregamento	46
5.3	Comparação da carga de fendilhação com a equação (2.11) de Bonetti, Roberts-Wollmann e Santos [4]	62

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Siglas e abreviaturas

EC2 Eurocódigo 2

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

UNL Universidade Nova de Lisboa

ATENA 3D Advancend Tools for Engineering Nonlinear Analysis 3 Dimensional

FIP Fédération Internationale du Précontrainte

AASHTO American Association of State Highway and Transportation Officials

Letras minúsculas latinas

a Dimensão da aresta da secção transversal do prisma de betão

b Dimensão da aresta da secção transversal da chapa de apoio

c Recobrimento

c_{clear} Distância entre nervuras das armaduras

c_i Coesão na interface aço-betão

e Excentricidade da superfície de rotura

f_c Resistência à compressão do betão

$f_{c,max}$ Resistência máxima à compressão do betão, à distância y

f_{cm} Valor médio da resistência do betão à compressão

f_{ck} Valor característico da resistência à compressão do betão

$f_c'^{ef}$ Tensão efetiva de resistência à compressão do betão

$f_{ct,sp}$ Resistência à tração do betão através de ensaios de compressão diametral em provetes cilíndricos

f_{ctm} Valor médio da resistência do betão à tração

f_{lat} Pressão lateral de confinamento

f_t	Resistência à tração do betão
$f_t'^{ef}$	Tensão efetiva de resistência à tração
f_t^{int}	Resistência à tração na interface
f_u	Tensão última do aço
f_y	Tensão de cedência do aço
h	Dimensão da aresta da secção transversal do prisma, segundo Bonetti
k	Parâmetro de forma
m	Rácio entre $f_{ct,sp}$ e f_t
m_r	Rácio entre $f_{ct,sp}$ e $f_t + f_{lat}$
p	Deformação, no método de Newton-Raphson
q	Carregamento, no método de Newton-Raphson
r_{ec}	Fator de redução da resistência à compressão, para o estado biaxial compressão-tração
r_{et}	Fator de redução da resistência à tração, para o estado biaxial compressão-tração
r_c	Fator de redução
s	Escorregamento
t	Tempo
y	Posição da máxima tensão de tração
w	Abertura de fenda
w_c	Abertura de fenda quando $f_t'^{ef}$ é nula
w_d	Máxima abertura de fendas à compressão
x	Extensão normalizada

Letras maiúsculas latinas

A	Área da secção transversal máxima homotética com a área A'
A_c	Área da secção de betão
A_{core}	Área de betão confinado
A_{duct}	Área da bainha de pré-esforço
A_s	Área da secção transversal das armaduras
A_y	Área relativa à distribuição uniforme de tensões à compressão, com valor $f_{c,max}$ à distância y

A'	Área carregada
D	Diâmetro da armadura helicoidal
D_{int}	Diâmetro interior da armadura helicoidal
E_0	Módulo de elasticidade inicial do betão
E_c	Módulo de elasticidade secante do betão
E_{cm}	Valor médio do módulo de elasticidade do betão com agregados calcários
E_s	Módulo de elasticidade do aço
F	Carga
F_{PK}	Força última característica do cabo de pré-esforço
F_u	Força última do prisma
G_f	Energia de fratura
K	Rigidez
K_{nn}	Rigidez normal
$K_{nn,min}$	Rigidez normal mínima
K_{tt}	Rigidez tangencial
$K_{tt,min}$	Rigidez tangencial mínima
L	Altura do prisma, segundo Bonetti [3]
L_d	Dimensão do elemento finito quando a fenda se propaga na direção paralela a este
L'_d	Dimensão do elemento finito corrigido, quando a fenda se propaga numa direção diferente da paralela a este (compressão)
L'_t	Dimensão do elemento finito corrigido, quando a fenda se propaga numa direção diferente da paralela a este (tração)
P	Carga
$P_{fend,B}$	Carga necessária para abertura da primeira fenda, segundo Bonetti [4]
$P_{u,exp}$	Capacidade de carga obtida através de ensaios experimentais
$P_{u,num}$	Capacidade de carga obtida através de métodos numéricos
$P_{u,Bs}$	Capacidade de carga para prisma sem armadura, segundo Bonetti [3]
$P_{u,Br}$	Capacidade de carga para prisma com armadura, segundo Bonetti [3]
S_f	Fator de rigidez de corte devido à abertura de fendas

Letras minúsculas gregas

α	Parâmetro que depende do ponto onde ocorre a tensão máxima de tração, em Bonetti [3]
β	Fator para a direção do fluxo plástico (se $\beta < 0$, material compacta, se $\beta > 0$, material dilata) (ATENA 3D)
δ	Coeficiente de variação
η_c	Extensão correspondente à tensão efetiva de compressão
η_d	Deformação limite por compressão do betão
ε	Extensão na armadura
γ	Fator de correção, 1 para fenda paralela, valor máximo 1,5 (fenda a 45°)
ε	Extensão na armadura
ε_c	Extensão na armadura em f'_c máxima
ε_{cp}	Extensão plástica correspondente à compressão
ε_{cr}	Extensão para abertura da fenda quando f'_t é nula
ε^{eq}	Extensão uniaxial equivalente
ε^u	Extensão de rotura das armaduras de aço
$\varepsilon^{u,exp}$	Valor experimental da extensão de rotura do aço
$\varepsilon^{u,num}$	Valor numérico da extensão de rotura do aço
$\varepsilon^{t,max}$	Extensão máxima de tração do betão
μ	Coeficiente de atrito
ν	Coeficiente de Poisson
σ'_c	Tensão efetiva do betão à compressão
σ_{c1}	Tensão normal à face 1
σ_{c2}	Tensão normal à face 2
σ_{xx}	Tensão normais no eixo x
σ_{yy}	Tensão normais no eixo y
σ_{zz}	Tensão normais no eixo z
τ	Tensão de aderência entre o aço das armaduras e o betão
τ_f	Tensão de aderência final, entre o aço das armaduras e o betão
τ_{max}	Valor máximo da tensão de aderência entre o aço das armaduras e o betão
ϕ	Diâmetro das armaduras de aço

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento Geral

Nos sistemas de pré-esforço, as forças que se pretendem aplicar na estrutura, são transferidas para as zonas de ancoragem, através de dispositivos de ancoragem. Estes dividem-se em dois tipos: básico (chapa larga e rígida o suficiente para transmitir a força de pré-esforço à estrutura, cuja verificação pode ser efectuada sem recurso a ensaios laboratoriais) e especial (que por terem geometria complexa e transmitirem elevadas tensões ao betão, requerem a validação através de ensaios experimentais) [1].

As zonas de ancoragem de pré-esforço dividem-se em: zona geral, com distribuição linear das tensões ao longo da secção transversal e, zona local, definida como a envolvente do dispositivo de ancoragem [5]. Para a verificação da segurança destas zonas é necessário recorrer a ensaios laboratoriais de transferência de carga, que simulem as condições reais a que as mesmas estarão sujeitas [13]. Os ensaios, por vezes dispendiosos, podem ser complementados através de modelação numérica, recorrendo à mecânica computacional como uma poderosa ferramenta que permite uma maior compreensão das variáveis em estudo [8].

As zonas locais de ancoragem de pré-esforço têm sido objeto de investigação por parte da comunidade científica nacional e internacional ao longo dos anos, no entanto, até onde se sabe, esses estudos têm incidido particularmente nos estados limites últimos [2–4,8,15–17,19,21,23,24], existindo poucos que abordem o estado limite de fendilhação [2,4,25].

1.2 Objetivo

O presente trabalho pretende, através da realização de um estudo paramétrico, quantificar a carga de fendilhação e a abertura de fendas na zona local de ancoragem de pré-esforço. Neste sentido, o trabalho foi dividido em duas fases: a primeira, através da análise de dados e resultados de programas experimentais anteriormente realizados [19,25], procedeu-se à calibração dos modelos numéricos e, na segunda, através da modelação em ATENA3D [9], elaborou-se um estudo paramétrico dos modelos. Nesta segunda fase, procedeu-se à variação de diversos parâmetros, nomeadamente no que se refere às propriedades geométricas e físicas dos modelos (resistência à compressão,

dimensão da secção transversal, armadura e recobrimento) com o objetivo de estudar qual a influência de cada um destes parâmetros na carga de início de fendilhação.

1.3 Estrutura da tese

A presente dissertação encontra-se organizada em 6 capítulos:

- Capítulo 1: fornece um enquadramento geral do tema e os objetivos a que este trabalho se propõe;
- Capítulo 2: apresenta uma revisão da literatura estruturada em duas partes. Na primeira aborda-se a situação atual do tema em estudo, bem como os estudos de vários autores ao longo dos anos. Na segunda parte apresenta-se um resumo de três regulamentos de ensaio em zonas de ancoragem.
- Capítulo 3: breve explicação sobre a abordagem que o programa de elementos finitos utilizado nesta dissertação, ATENA 3D, utiliza para a simulação numérica do comportamento dos materiais. Referem-se outras hipóteses assumidas na realização deste trabalho.
- Capítulo 4: apresenta a geometria e características mecânicas dos modelos experimentais utilizados em dois trabalhos anteriores, que serviram como base da calibração. É apresentado o processo de calibração, as hipóteses assumidas e os resultados obtidos.
- Capítulo 5: descreve a geometria e características mecânicas dos modelos escolhidos para o estudo paramétrico, justificando-se o motivo da escolha. Apresentam-se os resultados dos vários modelos em relação à sua carga de início de fendilhação e discute-se a influência dos vários parâmetros considerados.
- Capítulo 6: apresentam-se conclusões relativamente ao estudo paramétrico e propõem-se possíveis desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Estado da Arte

2.1 Introdução

Ao longo dos últimos anos as zonas locais de ancoragem de pré-esforço têm merecido atenção por parte da comunidade científica, originando importantes e intensivos estudos. Diversos autores [2–4, 8, 15–17, 19, 21, 23, 24] apresentam trabalhos relativos a estas zonas, em especial, no que se refere aos estados limites últimos, propondo formulações para a previsão da capacidade de carga em função das características físicas e geométricas da ancoragem.

Recentemente, tem sido dada maior relevância ao estado limite de fendilhação e segurança em serviço [2, 25], tendo sido proposta uma fórmula para a previsão do aparecimento da primeira fenda em 2014 [4].

2.2 Desenvolvimento Histórico

2.2.1 Ibell e Burgoyne (1993)

Ibell e Burgoyne publicaram em 1993 e 1994 um conjunto de três artigos [15–17] nos quais pretendiam investigar o comportamento das zonas de ancoragem de pré-esforço. Naquele que foi o primeiro, da série de três artigos, surge pela primeira vez um levantamento da carga de abertura da primeira fenda para cada provete, assim como a propagação das mesmas. No entanto este registo foi conseguido apenas recorrendo a inspeção visual. Estes ensaios foram realizados em sete séries diferentes, mantendo constante a geometria do provete e área de aplicação da carga, que se apresenta na Figura 2.1.

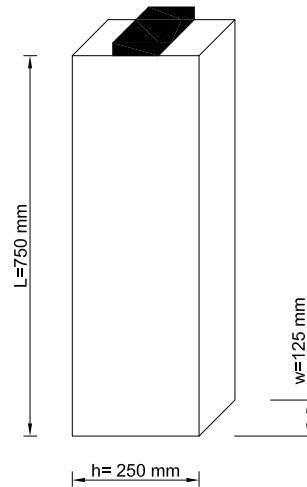


Figura 2.1: Geometria dos provetes ensaiados por Ibell e Burgoyne [15]

A geometria de cada uma das séries é apresentada na Figura 2.2.

Série	Especificações	Série	Especificações
I	Sem armadura	V	Armadura até h do topo, 4 ramos, com bainha
II	Armadura até h do topo, 2 ramos	VI	Armadura até várias dimensões, 4 ramos
III	Armadura até h do topo, 4 ramos	VII	Sem armadura com fenda artificial central
IV	Armadura até h do topo, situada no centro da secção		

Figura 2.2: Armaduras dos provetes ensaiados por Ibell e Burgoyne [15]

A série I foi utilizada como série de referência para todas as outras, não contendo qualquer tipo de armaduras. Na segunda e terceira séries, foram colocados 2 e 4 ramos de estribos, respetivamente, até h da face carregada (sendo a metade da dimensão da secção transversal do provete - ver Figura 2.1), fazendo também variar a taxa de armadura entre os provetes da mesma série. Ainda na terceira série, foi adicionado um estribo de reforço central. Na quarta série, foi somente utilizado o estribo na zona central. A quinta e sexta séries, tiveram como referência a série III, no entanto com bainha situada no eixo da peça na série V e com armadura distribuída ao longo de maior altura na série VI. Por último, a série VII foi executada sem qualquer armadura e com uma fenda artificial a meio da face maior.

Relativamente aos resultados obtidos em cada uma das séries, os autores verificaram que na série II, independentemente da quantidade de armadura existente, a primeira fenda ocorreu com orientação vertical a meio da face vertical, na zona com maior tração lateral. Neste caso, a carga de fendilhação aumentou substancialmente em relação à série de referência. Na série III obtiveram-se resultados muito semelhantes aos da série anterior, quer em termos de carga de fendilhação, quer no que respeita à configuração e abertura da primeira fenda.

Na série IV, com estribo apenas na zona central, a primeira fenda ocorreu para uma carga muito menor que nas duas séries anteriores, para a mesma percentagem de armadura. Nos ensaios com furação no eixo da peça da série V, observou-se um modo de primeira fenda igual a todos os outros, tendo, no entanto esta ocorrido para valores de carga muito inferiores.

Na série VI, tal como nas anteriores, a primeira fenda ocorreu verticalmente, no eixo da peça, no entanto a carga de fendilhação variou com as diferentes distribuições de armadura ao longo da altura. No reforço até $0,8h$ da face carregada, a fenda inicial ocorreu na base do reforço e, no reforço até $2h$, devido à redução da percentagem de armadura junto à zona carregada, ocorreu uma diminuição da carga de fendilhação. Para o reforço feito até h e $1,5h$, a carga de fendilhação foi semelhante, surgindo a primeira fenda na zona reforçada, contudo para o último caso esta demonstrou um maior desenvolvimento ao longo da peça.

Em todos os ensaios, é possível concluir que, quanto mais próximo de 1 for o valor do rácio b/h , ou seja, quanto mais próximas forem a dimensão da área carregada e da secção transversal, maior é a carga de início de fendilhação. No que diz respeito aos estribos, comparando a série sem armadura com as restantes, é possível concluir que a sua presença resulta no aumento da carga para a qual aparece a primeira fenda.

2.2.2 Oh, Lim e Park (1997)

Devido à ocorrência de diversos problemas de fendilhação em zonas de ancoragem em pontes e edifícios, os autores incidiram o seu estudo na distribuição das tensões, bem como no comportamento da fendilhação, nas zonas de ancoragem de pré-esforço [21]. Utilizando o trabalho desenvolvido por T. J. Ibel e C. J. Burgoyne [15], os autores realizaram ensaios com armaduras de confinamento helicoidais para além dos estribos. Foram testados 11 espécimes onde variaram a inclinação do cabo (reto e inclinado 20°), o tipo de armadura de confinamento na zona de ancoragem (estribos ou armadura

helicoidal) e a restante armadura do elemento estrutural (nenhuma, normal ou densa).

Para os vários provetes a forma da primeira fenda foi consistente, começando sempre a uma distância da face igual à dimensão da placa de carregamento, desenvolvendo-se sempre na direção do cabo. Em relação à influência da inclinação na carga de fendilhação, os autores observaram que a fendilhação ocorre mais cedo quando o cabo está inclinado e, em relação ao tipo de armadura de confinamento na zona de ancoragem, a armadura de confinamento helicoidal é mais eficaz a controlar as fendas.

2.2.3 Bonetti (2005)

Em 2005, Bonetti estudou o efeito de diversos tipos de armadura de confinamento na capacidade de carga da zona local de ancoragem de pré-esforço, através de ensaios de transferência de carga em modelos com chapas [3]. Foram testados 42 modelos prismáticos com secção transversal quadrada de 203 mm de lado e 406 mm de altura. Contrariamente ao que tinha sido realizado por Byung Oh et. al. [21], Bonetti utilizou como armadura de confinamento estribos, armadura helicoidal, bem como uma combinação de ambas. Nos seus ensaios foram utilizados betões com resistência à compressão de 18,6 e 42,9 MPa e coeficientes A/A' (onde A é a área da secção transversal máxima homotética com a área A' e A' é a área de carregamento) de 3 e 4.

Através dos resultados obtidos experimentalmente e baseando-se no critério de rotura de Mohr, Figura 2.3, Bonetti propôs a equação (2.1) para a capacidade de carga de provetes de betão simples carregados concentricamente.

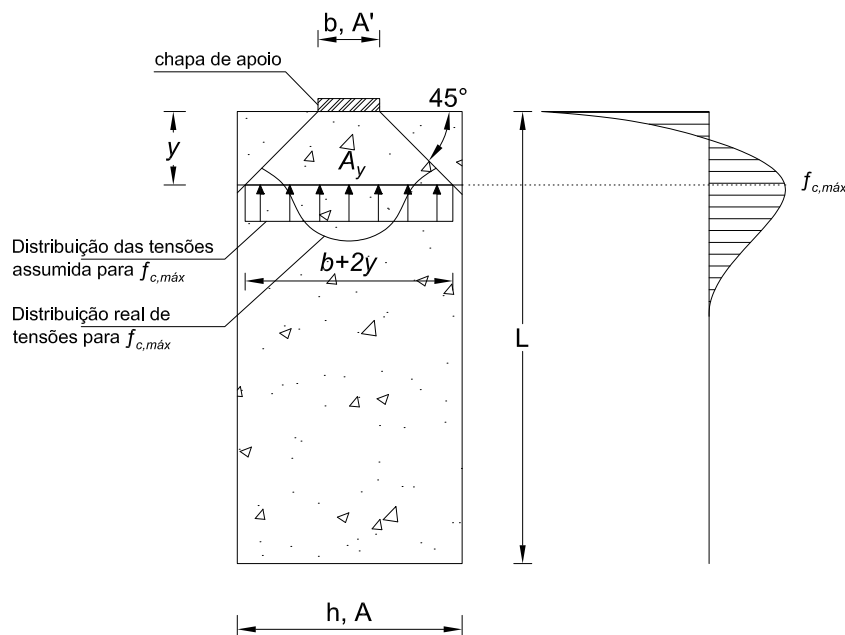


Figura 2.3: Representação das variáveis adoptadas por Bonetti [3]

$$P_{u,Bs} = \frac{Af_c}{m\beta + \alpha} \quad (2.1)$$

O parâmetro m pode ser obtido utilizando a equação (2.2).

$$m = \frac{f'_{ct,sp}}{f'_t} \quad (2.2)$$

Onde,

$f'_{ct,sp}$ é a tensão de rotura do betão à tração obtida no ensaio de compressão diametral

O parâmetro β é definido pelas equações (2.3) e (2.4).

$$\beta = \frac{0,114}{\left(\frac{b}{h}\right)^{1,08}} \quad \text{para} \quad \frac{b}{h} < 0,5 \quad (2.3)$$

$$\beta = 0,466 - 0,469\frac{b}{h} \quad \text{para} \quad \frac{b}{h} \geq 0,5 \quad (2.4)$$

O parâmetro α depende do ponto onde ocorre a máxima tensão de tração (à distância y da face carregada) sendo definido pelas equações (2.5) e (2.6).

$$\alpha = 1,0 \quad \text{para} \quad y \geq \frac{h-b}{2} \quad (2.5)$$

$$\alpha = \frac{A}{A_y} \quad \text{para} \quad y < \frac{h-b}{2} \quad (2.6)$$

Onde,

$A_y = (b + 2y)^2$, para prismas de secção quadrada carregados com placas quadradas

$A_y = \frac{\pi}{4}(b + 2y)^2$, para prismas de secção quadrada carregados com placas quadradas

A distância y pode ser obtida através das equações (2.7) e (2.8).

$$y = 0,20 \ln \left(\frac{b}{h} \right) + 0,56 \quad \text{para} \quad \frac{b}{h} < 0,5 \quad (2.7)$$

$$y = 0,17 \ln \left(\frac{b}{h} \right) + 0,34 \quad \text{para} \quad \frac{b}{h} \geq 0,5 \quad (2.8)$$

A equação (2.1) pode ser aplicada em prismas quadrangulares carregados com placas quadradas e blocos cilíndricos carregados com chapas circulares. O autor sugere, caso opte por outro tipo de placas, que devem ser utilizadas áreas equivalentes, quadradas para prismas quadrangulares e circulares para blocos cilíndricos.

Posteriormente, Bonetti tentou adaptar a equação (2.1) para provetes de betão armado e, com base nos resultados experimentais, aplicou um coeficiente igual a 1,25 à formula anteriormente apresentada, conforme ilustrado na equação (2.9)

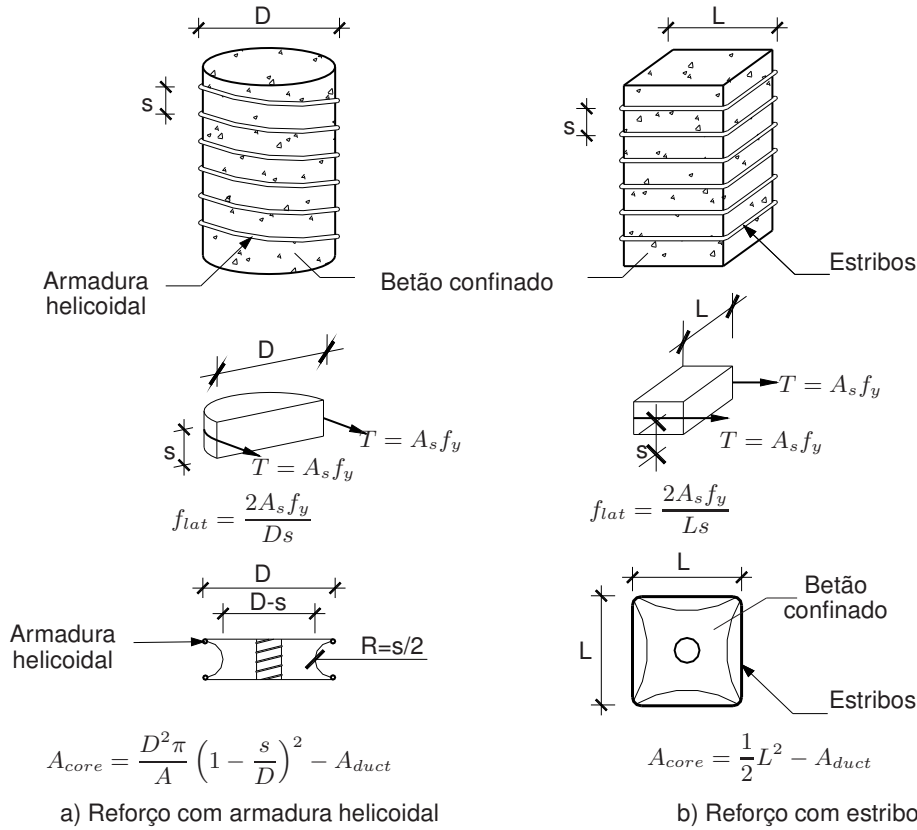
$$P_{u,Br} = \frac{1,25Af_c}{m_r\beta + \alpha} \quad (2.9)$$

O parâmetro m_r pode ser obtido utilizando a equação (2.10).

$$m_r = \frac{f'_c}{f'_{ct,sp} + f_{lat}} \quad (2.10)$$

Onde,

f_{lat} é a pressão de confinamento conferida pelas armaduras laterais definida por Wollmann e Roberts-Wollmann [26] (ver Figura 2.4)



2.2.4 Axson (2008)

Na sua dissertação de mestrado, Axson [2] realizou um programa experimental com 32 provetes de betão leve, com dimensões iguais às adotadas por Bonetti [3], com o objetivo de comparar os dados obtidos no seu estudo. Nos diversos provetes variou a dimensão da placa de carregamento e o tipo de armadura de confinamento utilizada (estribos ou armadura helicoidal), assim como o espaçamento entre os mesmos.

Assumindo que a rotura dos provetes sem armaduras (apenas de betão) ocorre no instante que surge a primeira fenda, e que a fórmula de Bonetti oferece uma boa estimativa para a capacidade de carga dos mesmos, Axson afirma que se poderá concluir que a carga de abertura da primeira fenda deve ser a mesma prevista pela equação (2.1) de Bonetti.

2.2.5 Bonetti, Roberts-Wollmann e Santos (2014)

Em 2014, no seguimento do trabalho realizado por Bonetti [3], Bonetti, Roberts-Wollmann e Santos [4] realizaram uma campanha experimental com o objetivo de estudar com maior detalhe a influência do confinamento na capacidade de carga de prismas de betão. A relação entre a área da secção carregada e a placa de carregamento foi mantida constante e igual a 4.

Os autores mediram extensões nas armaduras para confirmar a cedência do aço, bem como nas faces dos provetes de modo a registar a carga de abertura da primeira fenda. Os valores registados foram comparados com os resultados obtidos utilizando a equação (2.1). Através desta análise, constataram que a ocorrência da primeira fenda se verificava para uma carga equivalente a 90% da capacidade de carga estimada através da equação (2.1) de Bonetti.

Em suma, os autores concluíram que a carga de fendilhação do bloco de betão é independente da quantidade de armadura, sendo apenas função do rácio entre área de carregamento e área do provete, e da resistência do betão à tração e à compressão. Como mencionado anteriormente, sugerem como uma previsão para a carga de abertura de primeira fenda, a equação (2.11), baseada na equação (2.1) de Bonetti [3].

$$P_{fend,B} = \frac{0,90Af_c}{m\beta + \alpha} \quad (2.11)$$

2.3 Regulamentos

As zonas locais de ancoragem de pré-esforço são altamente influenciadas pela geometria do dispositivo de ancoragem. Como referido anteriormente, para dispositivos de ancoragem simples, não é necessária validação experimental. No entanto, para a verificação da segurança de zonas locais de ancoragem com dispositivos de ancoragem especiais é necessária a realização de ensaios [1]. Para esta validação devem ser realizados ensaios de transferência de carga seguindo regulamentos próprios para o caso [1, 13, 14].

2.3.1 FIP Recommendation (1993)

De acordo com as recomendações da FIP [14], a transferência da força de pré-esforço para o dispositivo de ancoragem e do dispositivo de ancoragem para o betão, deve ser verificada através de ensaios de transferência de carga.

Proвете

O provete a utilizar nos ensaios deve conter os componentes da ancoragem embebidos no betão, de acordo com o estipulado pelo fabricante. Deverá apresentar uma secção transversal com dimensão $a \times b$, sendo a e b iguais à mínima distância admissível entre o eixo da ancoragem e a face do betão, ou metade da mínima distância admissível entre eixos de ancoragem. A altura do provete deve ser pelo menos duas vezes superior à maior dimensão da secção transversal. O mesmo deve conter as armaduras de confinamento recomendadas pelo fabricante do dispositivo de ancoragem, sendo

permitida a utilização de armadura longitudinal adicional com uma área máxima de 2 cm^2 e de estribos (uniformemente distribuídos ao longo da altura do prisma), com uma densidade máxima de 50 kg/m^3 de betão.

Procedimentos de Ensaio

O procedimento de ensaio está ilustrado na Figura 2.5.

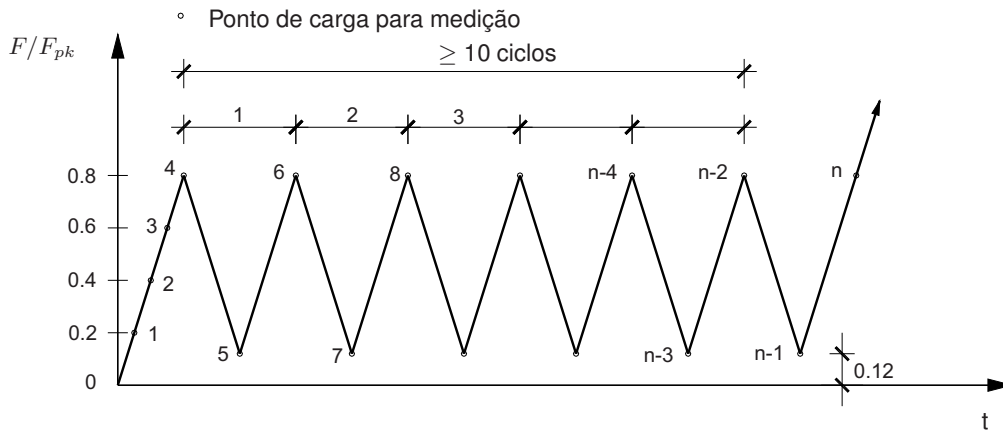


Figura 2.5: Ensaio de Transferência de carga de FIP Recommendation [19]

Inicialmente, o provete deve ser carregado até 80% do valor característico da força de rotura do cabo de pré-esforço (F_{pk}), através de incrementos de carga de 20%. Posteriormente, devem ser executados pelo menos dez ciclos lentos de carga e descarga entre $0,8F_{pk}$ e $0,12F_{pk}$ ou até à estabilização das deformações da face do betão e abertura de fendas. Após completados os ciclos necessários, deve-se carregar o provete de forma incremental até à rotura. Consideram-se estabilizadas as deformações quando o seu aumento nos dois ciclos anteriores for menos que 5% e a abertura de fendas, quando o seu valor não se alterar mais de 0,02 mm nos dois ciclos anteriores. Deste modo, devem ser realizadas medições para os níveis de carga superior e inferior, para que se possa garantir uma adequada estabilização das deformações e da abertura de fendas.

Critérios de aceitação

A abertura de fendas não deverá exceder os seguintes limites:

- 0,10 mm para a máxima carga do 1º ciclo e mínima carga do último ciclo (pontos 4 e n-1 da Figura 2.5, respetivamente)
- 0,25 mm para a carga máxima do último ciclo (ponto n da Figura 2.5)

A força última (F_u) deve respeitar as condições da equação (2.12).

$$F_u \geq F_{pk} \frac{f_{cm}}{f_{ck}} \quad \text{e} \quad F_u \geq 1,1F_{pk} \quad (2.12)$$

2.3.2 AASHTO (2002)

Na *Standard Specifications for Highway Bridges da American Association of State Highway and Transportation Officials* [1] os dispositivos de ancoragem são divididos em dois tipos distintos. O primeiro, denominado como dispositivo básico de ancoragem composto por uma chapa larga e rígida o suficiente (com limites definidos no mesmo regulamento), sendo as tensões instaladas no betão baixas, requerendo um cálculo simples e sem necessidade de validação experimental. O segundo, denominado como dispositivo de ancoragem especial, com geometrias complexas como forma de otimização e cabeças de ancoragem, e deste modo, origina tensões mais elevadas no betão, necessitando de armaduras de confinamento. Este tipo de dispositivo de ancoragem requer validação experimental para verificação da segurança à rotura e controle da abertura de fendas.

Provete

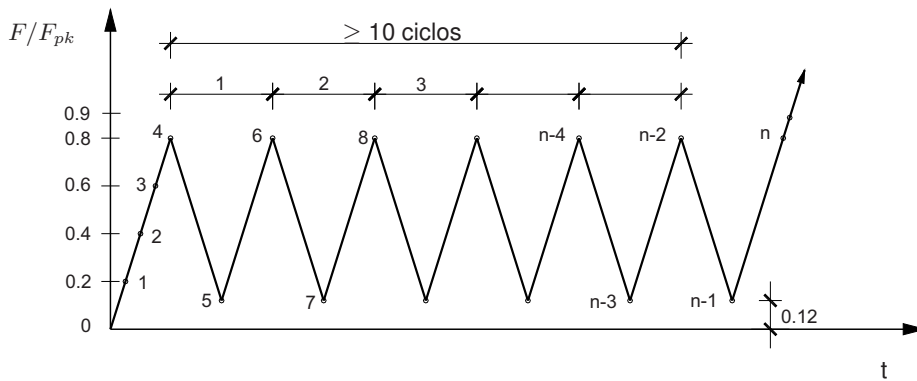
O provete a ensaiar deve ser um prisma retangular e deve conter, embebidos no betão, os elementos do dispositivo de ancoragem indicados pelo fabricante, assim como a bainha para o maior cabo de pré-esforço possível para aquele tipo de dispositivo de ancoragem. As dimensões perpendiculares ao cabo de pré-esforço em cada direção devem ser a menor dimensão entre a distância mínima à face e o mínimo espaçamento entre ancoragens, definido pelo fabricante. O comprimento do provete na direção do cabo deve ser pelo menos duas vezes superior à maior dimensão da secção transversal. A armadura de confinamento na zona local deve ser a especificada pelo fabricante para aquele sistema em particular. Para além desta armadura, pode ser adicionado um reforço da face do provete, também indicado pelo fornecedor, mas nunca excedendo o rácio volumétrico de 0,01.

Procedimentos de ensaio

As especificações da AASHTO [1] preveem três ensaios de transferência de carga possíveis, que se ilustram na Figura 2.6: ensaio de carga cíclica, prolongada no tempo ou monotónica.

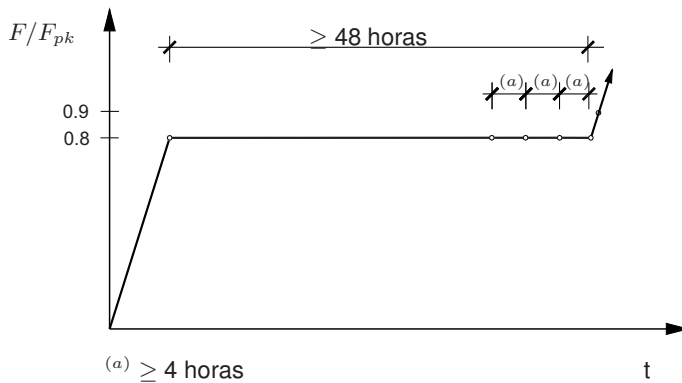
As cargas são especificadas em função da carga última F_{pk} para o cabo com maior número de cordões que é possível utilizar com a ancoragem em questão.

◦ Ponto de carga para medição



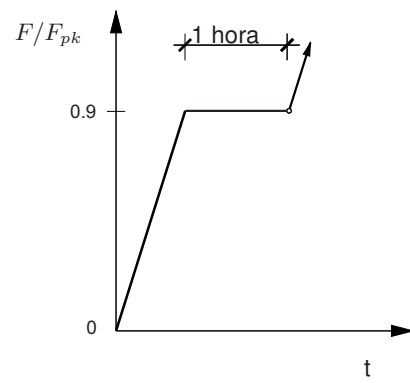
a) Ensaio de carga cíclica

◦ Ponto de carga para medição



b) Ensaio de carga prolongada

◦ Ponto de carga para medição



c) Ensaio de carga monotônica

Figura 2.6: Ensaios previstos na AASHTO para zonas locais de ancoragem de pré-esforço [1]

No ensaio de carga cíclica, demonstrado na Figura 2.6 a), inicialmente a carga deve ser aumentada até $0,8F_{pk}$. Posteriormente, devem ser executados ciclos de carga e descarga entre $0,1F_{pk}$ e $0,8F_{pk}$ até a dimensão de fendas estabilizar, realizando no mínimo dez ciclos.

Considera-se que as fendas estabilizaram quando não alteraram mais de 0,025 mm nas últimas três leituras. Após completados os ciclos, o provete deve ser carregado até à rotura ou, se limitado pela capacidade do equipamento, até pelo menos $1,1F_{pk}$. Deve-se registar as larguras e padrões das fendas para a carga de $0,8F_{pk}$, pelo menos em três picos consecutivos antes do término do carregamento cíclico, e para a carga de $0,9F_{pk}$. Deve igualmente ser registada a carga máxima.

No ensaio de carga prolongada representado na Figura 2.6 b), a carga deve ser aumentada até $0,8F_{pk}$ no início, mantendo-a constante até a largura das fendas estabilizar, todavia nunca por um período inferior a 48 h.

Considera-se que as fendas estabilizam quando não alteraram mais de 0,025 mm nas últimas três leituras. Após esta fase, o provete deve ser carregado até à rotura ou, se limitado pela capacidade do equipamento, até pelo menos $1,1F_{pk}$. Deve-se registar as

larguras e padrões das fendas para a carga de $0,8F_{pk}$, pelo menos três vezes antes do término do carregamento sustentado e, durante o carregamento de rotura para a carga de $0,9F_{pk}$. Deve igualmente ser registada a carga máxima.

Por último, no caso do ensaio de carga monotónica, a mesma deve ser aumentada até $0,9F_{pk}$ de acordo com o representado na Figura 2.6 c) e mantida constante durante 1 h. Após este procedimento, o provete deve ser levado até à rotura, ou caso haja limitação do equipamento, até pelo menos $1,2F_{pk}$. Registam-se as larguras e padrões de fendas para a carga de $0,9F_{pk}$, ao fim de 1 h, e para $1,0F_{pk}$. A carga máxima deve ser igualmente registada.

Critérios de aceitação

A resistência da zona de ancoragem deve ser superior a $1,0F_{pk}$ para ensaios de carga cíclica e carga prolongada e, $1,2F_{pk}$ para ensaios de carga monotónica.

Para ambientes moderadamente agressivos, a abertura máxima de fendas permitida deve ser 0,25 mm para a carga $0,8F_{pk}$, após a conclusão do carregamento cíclico ou constante, ou para a carga de $0,9F_{pk}$ após 1 h de aplicação da carga monotónica. A largura de fenda para $0,9F_{pk}$, no caso da carga cíclica ou carga constante, ou $1,0F_{pk}$, no caso de carregamento monotónico, não deve ser superior a 0,40 mm.

Para ambientes altamente agressivos, os critérios descritos anteriormente devem ser reduzidos a, pelo menos, metade.

2.3.3 ETAG 013 (2012)

Em 2012 a *European Organisation for Technical Approvals*, publicou a norma *Guideline for European Technical Approval of Post-Tensioning Kits for Prestressing of Structures* [13]. O ensaio de transferência de carga sugerido pela norma é muito semelhante ao proposto pela FIP Recommendation [14], consistindo no carregamento à compressão axial de um prisma de betão.

Provetes

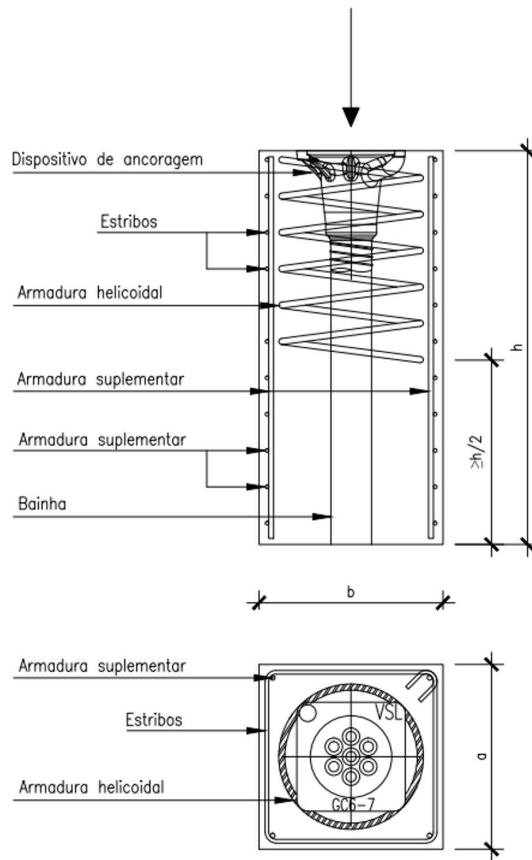


Figura 2.7: Provete adotado na ETAG013 para o ensaio de carga [13]

O provete prismático especificado para o ensaio está representado esquematicamente na Figura 2.7 e deve conter todos os componentes da ancoragem (cabeça de ancoragem, bainha e armadura de confinamento). Deve ser um prisma de betão com secção transversal $A_c = a \times b$, correspondente à mínima secção indicada pelo fabricante, para o caso específico de cabo e classe de resistência de betão em estudo. As dimensões a e b do prisma de betão, devem também ser as indicadas na ETA como dimensões de referência. A partir das dimensões a e b pode ser obtido o espaçamento mínimo ao centro da ancoragem, na direção x e na direção y , respetivamente, e a distância mínima aos bordos através da equação (2.13)

$$A_c = x \cdot y = a \cdot b \quad (2.13)$$

As dimensões x e y são definidas através do mínimo entre o espaçamento mínimo admissível para a ancoragem e o dobro da distância mínima ao bordo, e devem respeitar as condições indicadas nas equações (2.14) e (2.15).

$$x \geq 0,85a \quad (2.14)$$

$$y \leq 1,15b \quad (2.15)$$

A altura h do provete, deve ser pelo menos duas vezes a maior dimensão da secção transversal. A parte não reforçada ou pouco reforçada do prisma, deve ter pelo menos $0.5 h$ de comprimento. O prisma de betão deve conter a armadura de confinamento especificada para o caso particular. A utilização de reforço adicional é permitida desde que a área de armadura longitudinal não ultrapasse $0,003A_c$ e a área de reforço secundário (estribos distribuídos uniformemente por toda a altura da peça) seja inferior a 50 kg/m^3 de betão. O recobrimento a utilizar deve ser 10 mm e caso este seja superior, os limites impostos para a abertura de fendas devem ser modificados de acordo com o especificado pelo *European Committee for Standardization* [12].

Procedimento de ensaio

Neste ensaio a carga deve ser aplicada no prisma de betão numa área que simule adequadamente as condições de aplicação na situação real com a ancoragem completa. O ensaio consiste, como demonstrado na Figura 2.8, na aplicação do carregamento em patamares de $0,2F_{pk}$ até $0,8F_{pk}$. Quando atingida a carga de $0,8F_{pk}$, devem ser efetuados pelo menos dez ciclos, onde $0,8F_{pk}$ é o limite superior e $0,12F_{pk}$, o limite inferior. O número de ciclos a executar depende dos critérios de estabilização de fendas apresentados mais à frente nesta secção. Após a execução da carga cíclica, o provete deve ser levado à rotura.

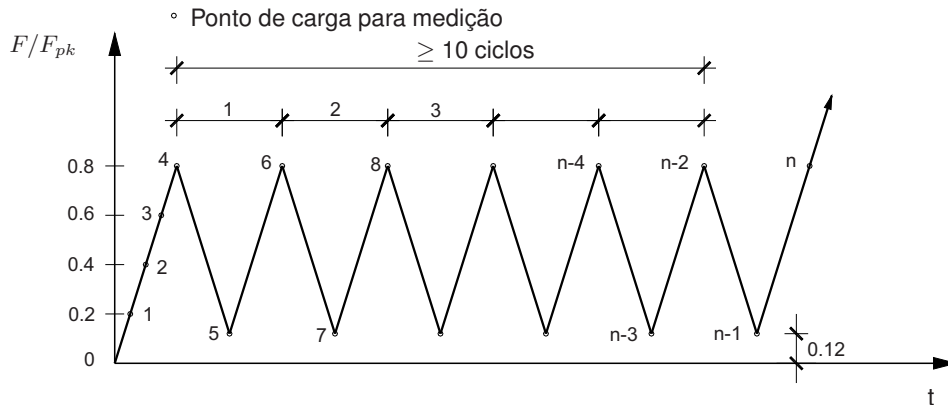


Figura 2.8: Ensaio de transferência de carga previsto na ETAG013 [19]

Considera-se a largura de fendas estabilizada, quando a sua dimensão sob a ação da carga superior verifica a equação (2.16), relativa à abertura de fendas, igualmente representada no gráfico da Figura 2.9.

$$\omega_n - \omega_{n-4} \leq \frac{1}{3}(\omega_{n-4} - \omega_0) \quad (2.16)$$

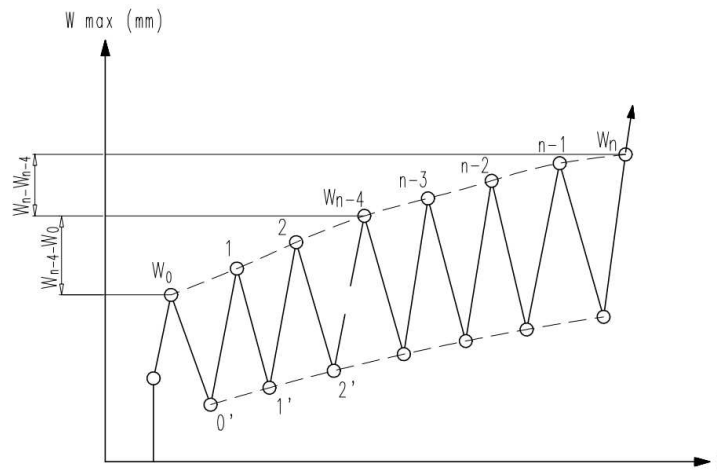


Figura 2.9: Critério de estabilização de abertura de fendas definido em [13]

As deformações transversais e longitudinais consideram-se estabilizadas quando o aumento de deformações sob a ação da carga superior verificar a equação (2.17), relativa ao gráfico da Figura 2.10.

$$\varepsilon_n - \varepsilon_{n-4} \leq \frac{1}{3}(\varepsilon_{n-4} - \varepsilon_0) \quad (2.17)$$

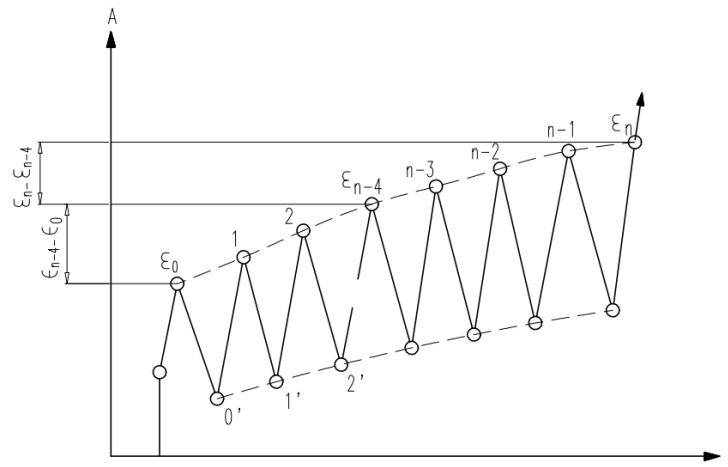


Figura 2.10: Critério de estabilização de deformações definido em [13]

Devem ser registadas as deformações transversais e longitudinais na zona de maiores tensões, em pelo menos duas das faces do prisma, para a carga superior e inferior, assim como a formação, largura e propagação de fendas nas faces do prisma. A carga última deve ser igualmente registada.

Critérios de aceitação

A largura de fendas na primeira chegada à carga de $0,8F_{pk}$ não deve ser superior a 0,15 mm, assim como na última carga de $0,12F_{pk}$. Na última chegada à carga de $0,8F_{pk}$, a largura de fendas não deve ser superior a 0,25 mm. A carga última deve ser superior a $1,1F_{pk}$.

Capítulo 3

Fundamentos da Análise Não-Linear

3.1 Introdução

O ATENA3D (*Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*) [9] foi o programa utilizado para a simulação dos modelos do presente estudo. A escolha desta ferramenta deve-se à capacidade que a mesma tem em considerar as características não lineares do betão, como a abertura de fendas e o efeito do confinamento sobre estados de tensão multiaxiais. Com este software, baseado no método dos elementos finitos, os elementos de betão e os elementos de ancoragem são materializados através de macroelementos e as armaduras, através de elementos de barra embebidos no betão. O presente capítulo baseou-se na informação descrita no manual do software [8]. Neste estudo foram utilizadas as relações constitutivas do betão descritas por V. Papanikolaou e A. Kappos [22], o comportamento da aderência entre aço e betão descritos por V. Cervenka e H. R. Ganz [8] e validadas por J. Cervenka e V. Cervenka e V. Cervenka et. al. [6, 7].

3.2 Método de Newton-Raphson

O software ATENA 3D tem implementados dois métodos para resolução de equações não lineares: os métodos de *Newton-Raphson* e de *Arc-Length*. No presente estudo foi utilizado o primeiro que permite, através de um processo iterativo, obter a força aplicada na estrutura através dos deslocamentos impostos. Utilizando uma análise incremental, passo a passo, obtém-se o sistema de equações demonstrado na equação (3.1).

$$\mathbf{K}(\underline{p})\Delta\underline{p} = \underline{q} - \underline{f}(\underline{p}) \quad (3.1)$$

Onde,

\underline{q} é o vetor de todas as forças aplicadas nos nós

$\underline{f}(\underline{p})$ é o vetor de forças internas

$\Delta\underline{p}$ é o incremento de deformação devido ao incremento de carga

\underline{p} são as deformações na estrutura antes do incremento de carga

$\mathbf{K}(\underline{p})$ é a matriz de rigidez

No sistema de equações (3.1) o membro da direita representa as forças não equilibradas durante o incremento de carga, ou seja, a subtração entre a carga total depois de

aplicado o incremento de carga e as forças internas no final do passo de carga anterior. Este sistema de equações é não linear devido às características não lineares das propriedades das forças internas, como representado na equação (3.2),

$$f(k\underline{p}) \neq kf(\underline{p}) \quad (3.2)$$

e da não linearidade da matriz de rigidez, como representado na equação (3.3),

$$\mathbf{K}(\underline{p}) \neq \mathbf{K}(\underline{p} + \Delta\underline{p}) \quad (3.3)$$

Onde k é uma constante arbitrária.

Como mencionado anteriormente, uma vez que a equação (3.1) é não linear, é necessária a realização de iterações até que alguns critérios de convergência sejam satisfeitos. O software ATENA 3D oferece como critérios de convergência as possibilidades descritas nas equações (3.4a), (3.4b), (3.4c) e (3.4d).

$$\sqrt{\frac{\Delta\underline{p}_i^T \Delta\underline{p}_i}{\underline{p}_i^T \underline{p}_i}} \leq \varepsilon_{rel,disp} \quad (3.4a)$$

$$\sqrt{\frac{(\underline{q} - \underline{f}(\underline{p}_{i-1}))^T (\underline{q} - \underline{f}(\underline{p}_{i-1}))}{\underline{f}(\underline{p}_i)^T \underline{f}(\underline{p}_i)}} \leq \varepsilon_{rel,force} \quad (3.4b)$$

$$\sqrt{\frac{\Delta\underline{p}_i^T (\underline{q} - \underline{f}(\underline{p}_{i-1}))}{\underline{p}_i^T \underline{f}(\underline{p}_i)}} \leq \varepsilon_{rel,energy} \quad (3.4c)$$

$$\sqrt{\frac{\max((\underline{q}^k - \underline{f}^k(\underline{p}_{i-1}))) \max((\underline{q}^k - \underline{f}^k(\underline{p}_{i-1})))}{\max(\underline{f}^k(\underline{p}_i)) \max(\underline{f}^k(\underline{p}_i))}} \leq \varepsilon_{abs,force} \quad (3.4d)$$

O primeiro critério, verifica a norma da alteração da deformação durante a última interação, o segundo verifica a norma das forças não equilibradas, o terceiro a energia não equilibrada e o quarto, as forças não equilibradas em relação aos seus componentes máximos. Os critérios de convergência ε são definidos por defeito como 0,01. O conceito da solução de uma equação não linear, através do método Newton-Raphson, encontra-se representado na Figura 3.1.

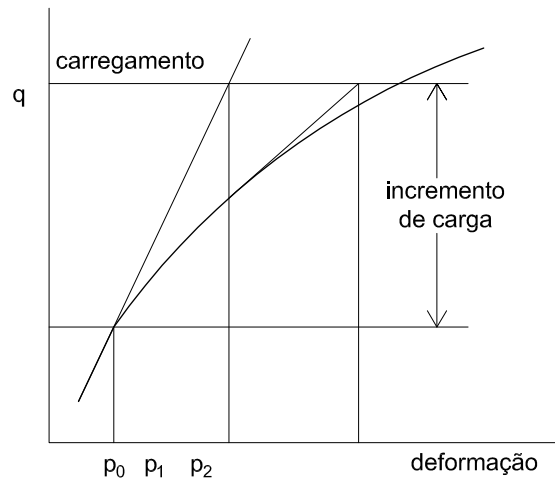


Figura 3.1: Método de Newton-Raphson [9]

3.3 Elementos Finitos Sólidos

O software ATENA 3D oferece três tipos de macroelementos: tetraedros (tetra), ilustrados na Figura 3.2(a), com quatro a dez nós e quatro faces, pentaedros (wedge), ilustrados na Figura 3.2(b), com seis a quinze nós e cinco faces e hexaedros (brick) com oito a vinte nós e seis faces, ilustrados na Figura 3.2(c). Conforme a geometria da estrutura e o grau de precisão pretendido, são utilizados cada um dos elementos isoparamétricos descritos anteriormente, posteriormente integrados através do integral de *Gauss* com as funções apresentadas em *ATENA Program Documentation Part 1 Theory* [9].

A definição do número de nós utilizados em cada tipo de elemento (por exemplo, tetraedro: quatro a dez nós) depende do tipo de função utilizada. Estas podem ser lineares ou quadráticas, sendo que a segunda oferece melhor precisão que a primeira, todavia implica maior esforço computacional. Quando são geradas malhas de elementos finitos para diferentes elementos, podem surgir incompatibilidades de malha. Estas são resolvidas através do método *master-slave*, que força a compatibilidade entre malhas.

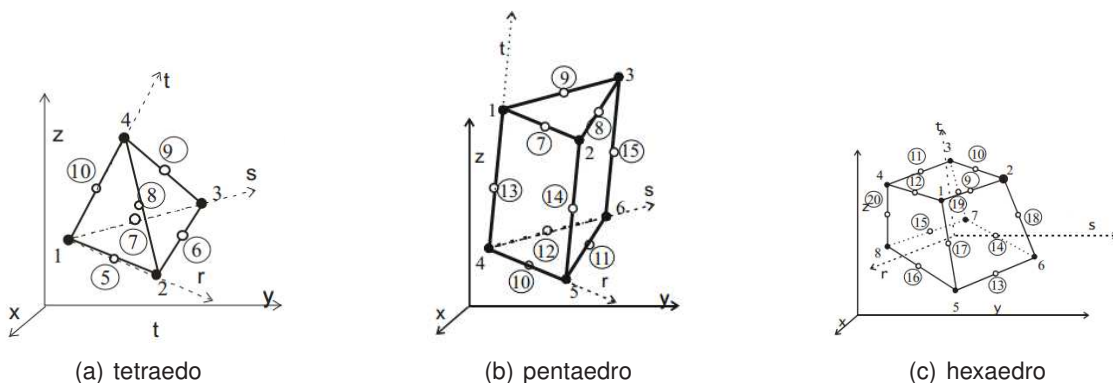


Figura 3.2: Geometrias de elementos finitos disponibilizadas no ATENA 3D [9]

3.4 Betão

Os elementos de betão são modelados como mencionado na secção 3.3 do presente trabalho e cumprem os modelos constitutivos e propriedades mecânicas descritos nos subcapítulos seguintes.

3.4.1 Relação Tensão-Deformação

O comportamento não linear do betão no estado biaxial de tensões é descrito por uma deformação equivalente e por uma tensão efetiva, sendo esta última, na maioria das vezes uma tensão principal. Este fato equivalente, permite que o estado biaxial de tensões passe a ser tratado como uniaxial. A Figura 3.3 representa o estado de tensão-deformação equivalente ao estado uniaxial para o betão. À esquerda encontra-se com sinal negativo a compressão, e à direita, com sinal positivo, a tração. Na parte inferior encontra-se representado o estado de dano do material. Os estados 1 e 3 correspondem ao betão não fendilhado e os estados 2 e 4 ao betão fendilhado.

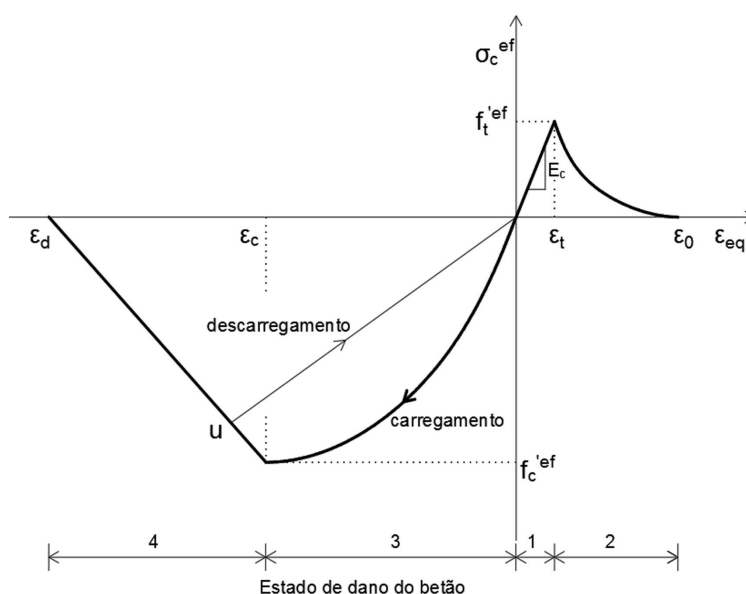


Figura 3.3: Diagrama tensão-deformação do estado uniaxial do betão [9]

Quando ocorre uma descarga para os níveis 2 e 4, esta dá-se de forma linear, como representado pelo troço que une o ponto U e a origem. Caso surja novo carregamento, este será efetuado pelo mesmo troço até alcançar novamente o ponto U e retomar o caminho do diagrama. As tensões $f_c^{'ef}$ e $f_t^{'ef}$ correspondem às tensões efetivas de compressão e tração do betão, respetivamente, e são calculados conforme indicado na secção 3.4.2, equações (3.5), (3.6) e (3.7). O módulo de elasticidade E_c utilizado, corresponde ao módulo de elasticidade secante do betão e é calculado através do quociente entre a tensão efetiva e a deformação equivalente do material. Os valores das deformações presentes no eixo das abcissas correspondem às extensões de rotura (ϵ_c e ϵ_t) e últimas do betão (ϵ_d e ϵ_0), à compressão e à tração, respetivamente.

3.4.2 Critério de Rotura Biaxial

A Figura 3.4 ilustra o critério de rotura biaxial do betão.

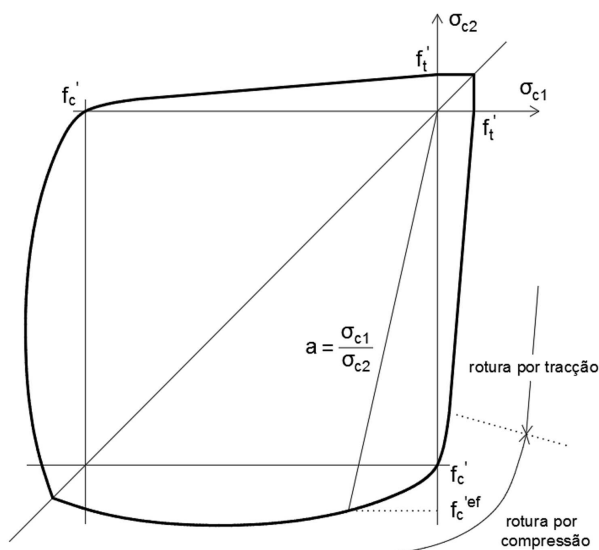


Figura 3.4: Critério de rotura biaxial do betão [9]

Quando a rotura ocorre por compressão, o estado de tensão compressão-compressão é definido pela equação (3.5), onde σ_{c1} e σ_{c2} representam as tensões principais do betão, f'_c a resistência à compressão uniaxial para provetes cilíndricos e f'_t a resistência do betão à tração.

$$f'_c{}^{ef} = \frac{1 + 3,65a}{(1 + a)^2}, \quad a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \quad (3.5)$$

Relativamente ao caso em que a rotura ocorre por compressão, para um estado de tração-compressão, a capacidade resistente sofre uma diminuição linear traduzida pela equação (3.6), onde r_{ec} é um fator de redução da resistência à compressão na direção principal 2, devido à tração na direção principal 1.

$$f'_c{}^{ef} = f'_c r_{ec}, \quad r_{ec} = \left(1 + 5,3278 \frac{\sigma_{c1}}{f'_c}\right), \quad 1,0 \geq r_{ec} \geq 0,9 \quad (3.6)$$

Para o estado de tração-tração a tensão é constante e igual ao valor de resistência do betão à tração f'_t . Também para os casos em que a rotura ocorre à tração, estamos perante um estado de tração-compressão, a tensão é reduzida através da equação (3.7), onde r_{et} é um fator de redução da resistência à compressão na direção principal 2 devido à tração na direção principal 1.

$$f'_t{}^{ef} = f'_t r_{et}, \quad r_{et} = \left(1 - 0,95 \frac{\sigma_{c2}}{f'_t}\right) \quad (3.7)$$

3.4.3 Tração

3.4.3.1 Tração antes da Fendilhação

O comportamento do betão antes da ocorrência de fendas, ou seja, quando a tensão efetiva de tração do betão ($f_t'^{ef}$) ainda não foi atingida, assume-se como elástico-linear, respeitado a lei de Hooke apresentada na equação (3.8).

$$\sigma_c^{ef} = E_c \varepsilon^{eq}, 0 \leq \sigma_c \leq f_t'^{ef} \quad (3.8)$$

3.4.3.2 Tração depois da Fendilhação

Para a abertura de fendas podem ser utilizados dois tipos de formulações: a primeira, um modelo de fenda fictícia baseado na lei de abertura de fendas e na energia de fratura; a segunda, baseada na tensão-deformação de um determinado ponto, não sendo contudo aplicável a casos normais de propagação de fendas.

Dos vários modelos disponíveis, utilizou-se a lei de fendas exponencial, desenvolvida por Hordijk demonstrada na Figura 3.5 e traduzida na equação (3.9).

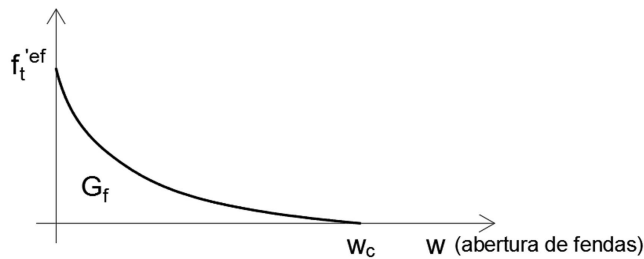


Figura 3.5: Lei de abertura de fendas exponencial [9]

$$\frac{\sigma}{f_t'^{ef}} = \{1 + \{c_1 \frac{w}{w_c}\}^{0,3}\} \exp(-c_2 \frac{w}{w_c}) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (3.9)$$

Onde,

σ é a tensão normal;

c_1 e c_2 são constantes que tomam os valores de 3 e 6,93, respetivamente;

w é a abertura de fenda

w_c é a abertura de fendas quando a tensão efetiva de resistência à tração é nula (equação (3.10));

G_f é a energia de fratura

$$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_t'^{ef}} \quad (3.10)$$

3.4.4 Compressão

A Figura 3.6 representa a relação tensão-deformação do betão em compressão.

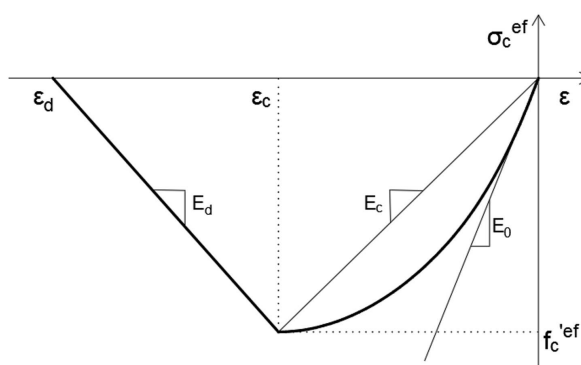


Figura 3.6: Diagrama de tensão-deformação do betão à compressão [9]

O comportamento do betão à compressão baseia-se na fórmula recomendada pela *Federation International du Béton* [20] introduzindo algumas alterações para que este se adapte à rotura biaxial

3.4.4.1 Compressão pré-pico

O troço ascendente da relação tensão-deformação do betão em compressão pode ser definido pela equação (3.11).

$$\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x} \quad (3.11)$$

Onde,

σ_c^{ef} é a tensão efetiva do betão à compressão;

$f_c'^{ef}$ é a tensão efetiva da resistência do betão à compressão;

$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$ são as extensões normalizadas, sendo ε_c a extensão na $f_c'^{ef}$ máxima;

$k = \frac{E_0}{E_c}$ é um parâmetro de forma, sendo E_0 o módulo de elasticidade inicial e E_c o módulo de elasticidade secante.

A formulação adotada anteriormente leva à consideração de danos no material antes de ser atingida a tensão de pico, ou seja, antes de ocorrer fendilhação.

3.4.4.2 Compressão pós-pico

Como se pode observar na Figura 3.6, após ser atingida a tensão de pico $f_c'^{ef}$, o diagrama de tensão-deformação assume um comportamento linear. Assume-se que no final deste troço, quando é atingida a deformação limite por compressão do betão η_d , a resistência do betão é nula. Esta deformação pode ser calculada através da equação (3.12).

$$\eta_d = \eta_c + \frac{w_d}{E_d} \quad (3.12)$$

Onde,

η_c é a extensão correspondente à tensão efetiva de compressão;

w_d é a máxima abertura de fendas à compressão (definida por defeito no software 0,5 mm);

$L'_d = L_d \gamma$ é o comprimento de banda corrigido, quando a fenda se propaga numa direção diferente da paralela ao elemento;

L_d é a dimensão do elemento finito para uma propagação de fenda paralela a este

γ é um fator de correção, tomando o valor de 1 para a propagação paralela ao elemento finito e o valor máximo de 1,5 para quando a fenda faz 45° com o elemento finito

A vantagem da utilização desta formulação deve-se ao facto ser pouco dependente da malha de elementos finitos escolhida.

3.4.5 Fendilhação

O processo de formação de fendas pode ser dividido em três fases, conforme ilustrado na Figura 3.7. Antes de ser atingida a resistência à tração, encontra-se a zona não fendilhada. Logo após, tem-se a zona do processo de fendilhação na qual ocorre e se desenvolve a fendilhação, levando à diminuição da resistência de tração do betão na face da fenda, devido à abertura da mesma. Em ultimo lugar, ocorre a fase em que o betão se encontra fendilhado. O início desta fase é caracterizado pelo ponto no qual a tensão resistente à tração atinge o valor nulo.

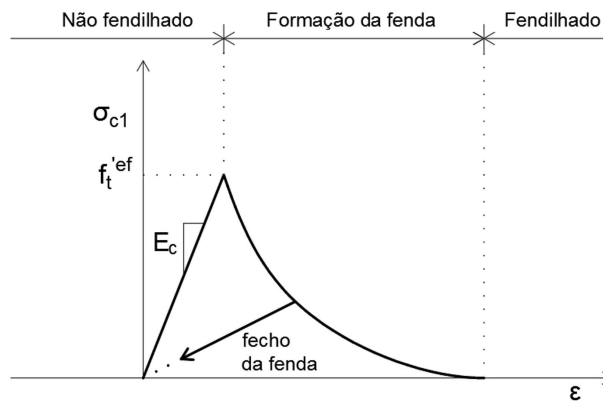


Figura 3.7: Fases de fendilhação do betão no diagrama tensão-deformação do betão [9]

A abertura de fendas w pode ser calculada através da equação (3.13).

$$w = \varepsilon_{cr} L'_t \quad (3.13)$$

Onde,

ε_{cr} é a extensão de abertura de fenda antes da tensão de resistência à tração ser nula;

L'_t é a dimensão do elemento finito corrigida

É possível que, na outra direção, a tensão instalada exceda a tensão resistente do betão à tração. Nesse caso, é formada outra fenda na direção ortogonal à primeira, recorrendo o mesmo modelo utilizado para a primeira.

3.4.5.1 Modelos de Fendilhação

O software ATENA 3D utiliza o modelos de fendilhação distribuída (*smeared crack approach*). Neste modelo existem dois tipos de abordagem: o modelo de fendas fixas (*fixed crack model*) e o modelo de fendas com rotação (*rotated crack model*). Em ambos os modelos, assume-se que a fenda ocorre quando a resistência à tração do elemento finito é excedida e estas são uniformemente distribuídas pelo volume de material. Ambos os modelos assumem também que, após ocorrer a fendilhação, o material passa de um comportamento isotrópico para ortotrópico. Para o modelo de fendas fixas, ilustrado na Figura 3.8, a direção das fendas é dada pela direção da tensão principal no início da abertura da fenda. Posteriormente, durante o carregamento, esta direção permanece inalterada.

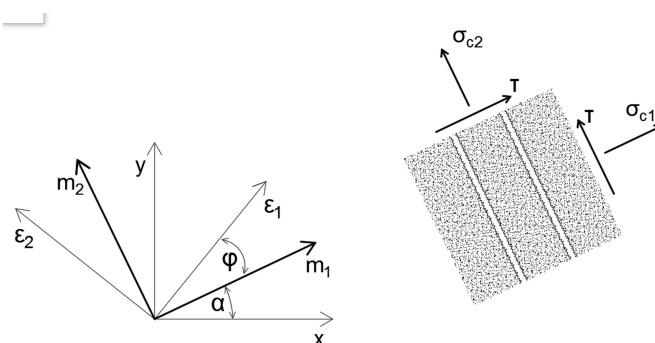


Figura 3.8: Modelo de fendas fixas [9]

Devido ao estado isotrópico, antes da ocorrência de fendilhação, a direção das tensões e deformações principais são coincidentes. Contudo, este fenómeno já não ocorre após o início da fendilhação, uma vez que, como referido anteriormente, passamos a um estado de ortotropia. Neste estado o eixo fraco do material passa a ser m_1 , normal à direção da fenda, e o eixo forte m_2 paralelo à direção da fenda. Para um caso genérico, como o demonstrado na Figura 3.8, as deformações principais ϵ_1 e ϵ_2 ao sofrerem uma rotação não precisam ficar inevitavelmente coincidentes com as direções de ortotropia m_1 e m_2 . Isto faz com que as tensões σ_{c1} e σ_{c2} não sejam as principais e sejam geradas tensões de corte τ .

Ao contrário do que foi descrito no modelo anterior, no modelo de fendilhação com rotação, a direção das tensões e deformações principais é coincidente. Neste contexto, não ocorrem tensões de corte, apenas é necessário serem definidas as duas tensões normais σ_{c1} e σ_{c2} , tal como ilustrado na Figura 3.9. Neste tipo de modelo, se durante o carregamento surgir rotação das direções principais, ocorre também a mesma rotação da direção da fenda, para que estas continuem coincidentes.

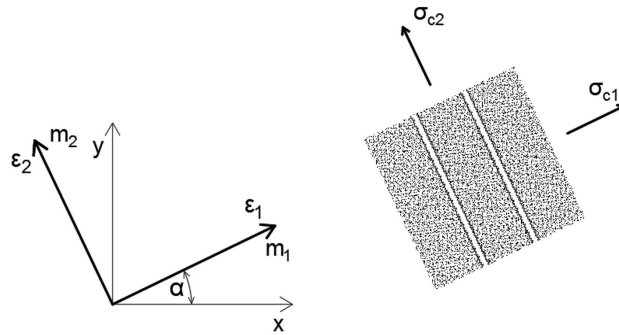


Figura 3.9: Modelo com rotação de fendas [9]

3.4.5.2 Comportamento após fendilhação

Após ocorrer o processo de fendilhação, a capacidade resistente do material à tração, compressão e corte fica reduzida. Para o caso do modelo de fendas fixas, este sofre uma diminuição da capacidade resistente ao corte, proporcional à extensão normal da fenda. Esta diminuição é efetuada através da redução do módulo de distorção, com um fator de redução r_g dependente da taxa de armadura e da extensão última da armadura. Também a resistência do betão ao corte sofre uma diminuição após a fendilhação, como é possível observar na Figura 3.10.

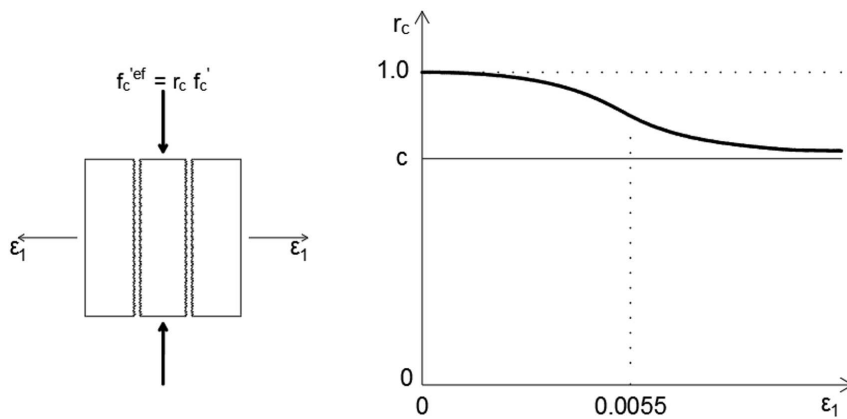


Figura 3.10: Comportamento do betão após fendilhação: redução da resistência à compressão [9]

Esta função tem a forma da função de *Gauss* e pode ser calculada através da equação (3.14).

$$f_c'^{ef} = r_c f_c' \quad (3.14)$$

O fator de redução r_c é utilizado para reduzir a resistência do betão à compressão e pode ser calculado de acordo com a equação (3.15).

$$r_c = c + (1 - c)e^{-(128\varepsilon_u)^2} \quad (3.15)$$

A constante c representa a máxima redução quando o material está sujeito a grandes deformações. Sugere-se que este valor não seja inferior a 0,8, sendo o mesmo

predefinido pelo software ATENA 3D.

3.5 Armaduras

O software ATENA 3D permite que as armaduras sejam modeladas de duas formas distintas: armadura discreta (*discrete reinforcement*) e armadura distribuída (*smeared reinforcement*). A armadura distribuída é materializada através de uma ou mais camadas com percentagem de material equivalente à área de aço pretendida, distinta da peça na qual está inserida. A armadura discreta é realizada através da colocação dos varões, como elementos barra embebidos no betão, no eixo da posição dos varões. Em ambos os casos é considerado o estado uniaxial de tensões, não permitindo a consideração de flexão nas armaduras.

No presente trabalho, foi utilizado o modelo de armadura discreta, uma vez que este simula melhor as singularidades das armaduras pretendidas e utilizaram-se as condições de aderência entre aço e betão apresentadas na secção 3.5.2.

3.5.1 Relações tensão-deformação

O software ATENA 3D permite a utilização de quatro tipos de relação tensão-deformação para o aço: linear, bilinear, multilinear e bilinear com endurecimento. O modelo linear é caracterizado apenas por um troço reto com módulo de elasticidade constante do aço. O estado bilinear, representado na Figura 3.11, é composto por dois troços sendo o primeiro igual ao caso linear e o segundo, iniciado quando se atinge a tensão de cedência do betão. Neste segundo troço, o módulo de elasticidade passa a ser nulo de acordo com a lei do material elástico-plástico perfeito, e as deformações a serem plásticas.

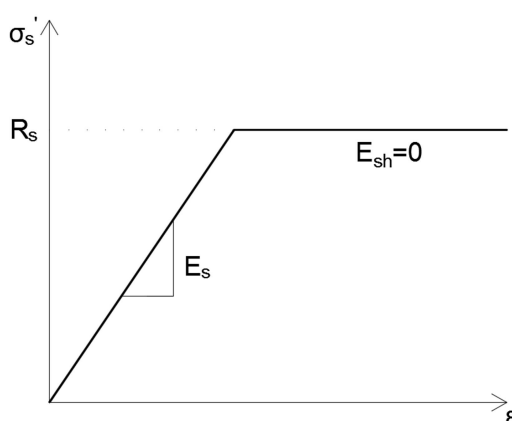


Figura 3.11: Relação tensão-deformação do aço: comportamento bilinear [9]

O estado multilinear é composto por quatro troços, como demonstrado na Figura 3.12, o que permite a definição das várias fases de comportamento do aço: estado elástico, patamar de cedência, endurecimento e fratura. Este estado é definido no software através da definição dos quatro pontos representados na Figura 3.12.

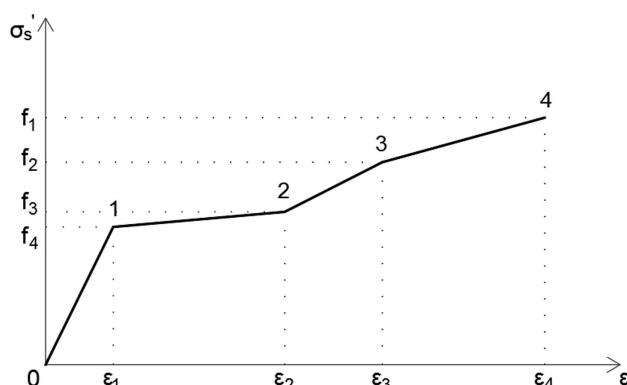


Figura 3.12: Relação tensão-deformação do aço: comportamento multilinear [9]

Por último, o estado utilizado no presente trabalho foi o estado bilinear com endurecimento, representado na Figura 3.13, sendo semelhante em tudo ao segundo, o bilinear, no entanto no segundo troço tem um módulo de elasticidade bastante reduzido, mas não nulo, devido ao endurecimento do aço. Neste estado, a tensão máxima σ_t ocorre quando é atingida a extensão limite de rotura ϵ_{lim} .

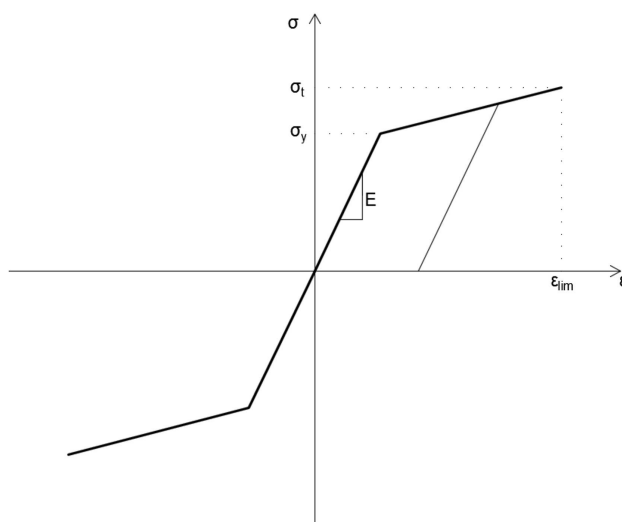


Figura 3.13: Relação tensão-deformação do aço: comportamento bilinear com endurecimento [9]

3.5.2 Modelos de aderência-eskorregamento aço-betão

Para simular a ligação entre o aço e o betão o software ATENA 3D fornece duas possibilidades: a conexão perfeita entre os dois materiais ou, a utilização de modelos tensão-eskorregamento (*bond-slip*), que traduzem a tensão de aderência instalada no varão quando ocorre eskorregamento entre os dois materiais. Quando a opção recai sobre a escolha de um modelo tensão-eskorregamento, o programa tem contempladas três opções: o modelo de Bigaj, uma relação estabelecida pelo utilizador ou, a opção utilizada no presente estudo, o modelo proposto pela *Federation International du Béton* [20], ilustrado na Figura 3.14. Este modelo é caracterizado por quatro troços distintos, representados pelas equações (3.16a), (3.16b), (3.16c) e (3.16d), que contêm fatores que têm em conta as condições de confinamento, qualidade e resistência à compressão do betão e o diâmetro e espaçamento entre nervuras do varão.

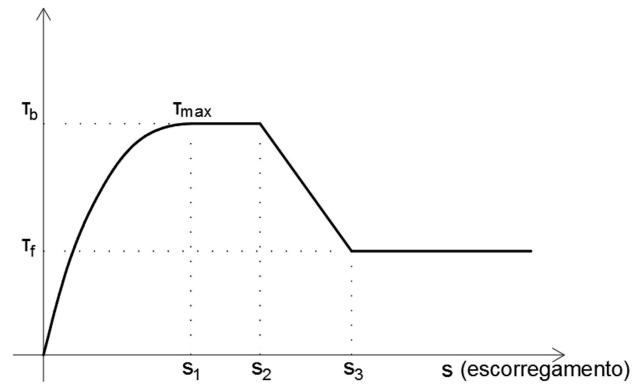


Figura 3.14: Modelo tensão-escorregamento [20]

$$\tau_b = \tau_{max} \left(\frac{s}{s_1} \right)^a, \quad 0 \leq s \leq s_1 \quad (3.16a)$$

$$\tau_b = \tau_{max}, \quad s_1 < s \leq s_2 \quad (3.16b)$$

$$\tau_b = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \left(\frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right), \quad s_2 < s \leq s_3 \quad (3.16c)$$

$$\tau_b = \tau_f, \quad s_3 < s \quad (3.16d)$$

Capítulo 4

Calibração dos modelos numéricos

4.1 Introdução

Neste capítulo será descrita aquela que foi a primeira fase do presente estudo: a calibração dos modelos numéricos, bem como as características geométricas e propriedades dos materiais utilizadas. Para realizar a calibração utilizaram-se resultados experimentais de dois estudos anteriores de Marchão [19] e Vasconcelos [25]. Os modelos, ambos com a forma genérica apresentada na Figura 2.7, foram modelados no software ATENA 3D e comparados os resultados com os experimentais, com o objetivo de os aproximar o mais possível.

4.2 Geometria dos modelos

No estudo realizado por Rebelo [23], com modelos relativamente semelhantes, concluiu-se que a modelação do prisma com a geometria completa, tal como ilustrado na Figura 4.1, implica um esforço computacional bastante elevado, com um tempo de análise de 7 a 9 dias e cerca de 90 000 elementos finitos. Neste sentido, optou-se pela realização de modelos com simplificação de dupla simetria, com cerca de 25 000 elementos finitos e tempo de processamento de 2 a 3 dias, como ilustrado na Figura 4.2.

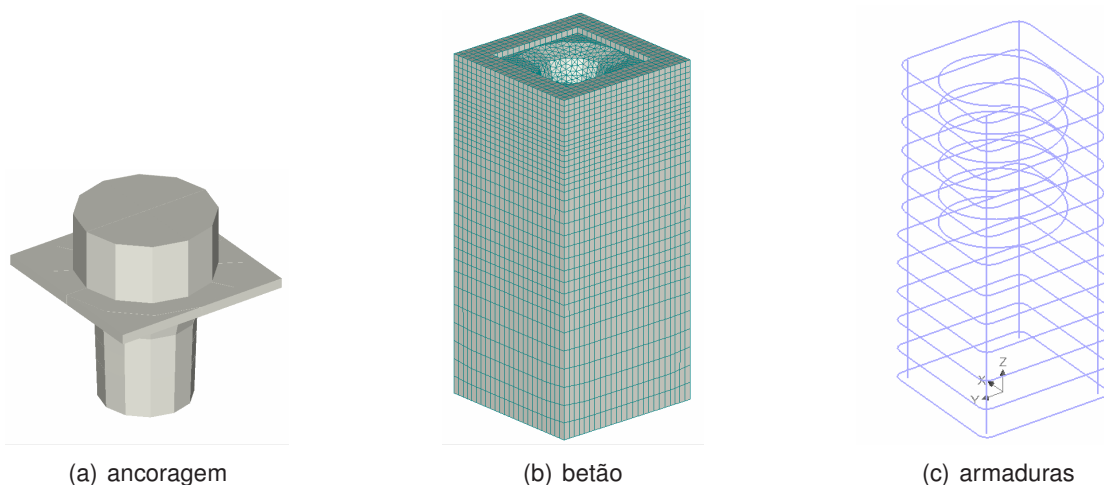


Figura 4.1: Composição dos modelos completos

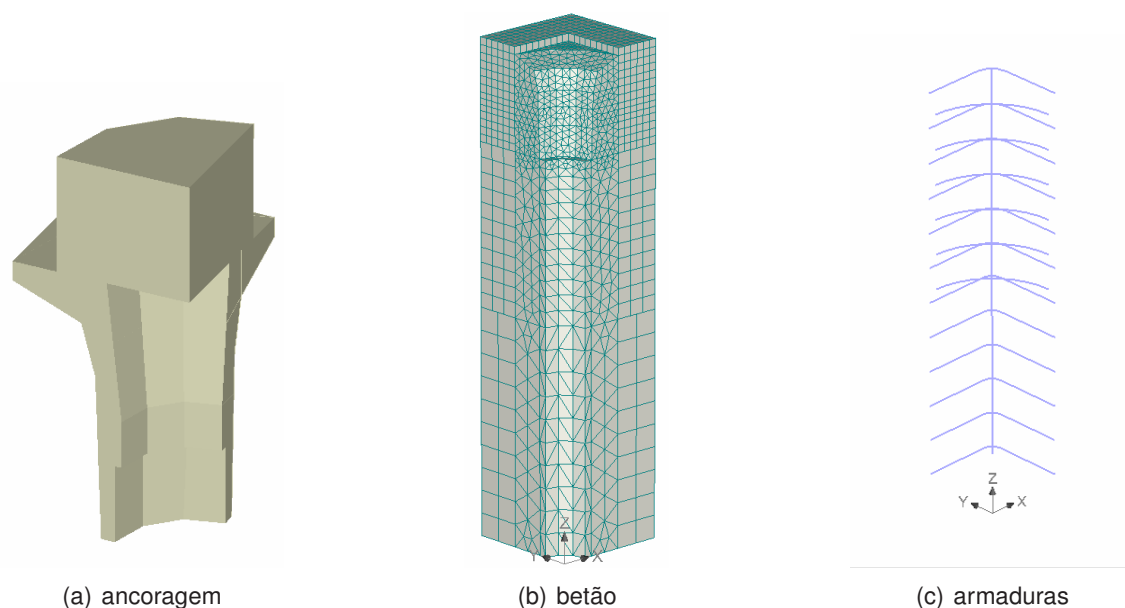


Figura 4.2: Composição dos modelos simplificados

Para a simplificação foram consideradas as condições de fronteira adequadas, como por exemplo, a restrição do deslocamento horizontal na direção normal à face dos planos de simetria. Este tipo de simplificação de dupla simetria implica também a simplificação da armadura helicoidal, uma vez que esta não é simétrica. No modelo, esta é simulada através de quartos de círculo com o passo e o diâmetro da armadura helicoidal em questão, como demonstrado na Figura 4.3. A simplificação utilizada já tinha sido igualmente empregue por Cervenka e Ganz [8], Marchão [19] e Rebelo [23].

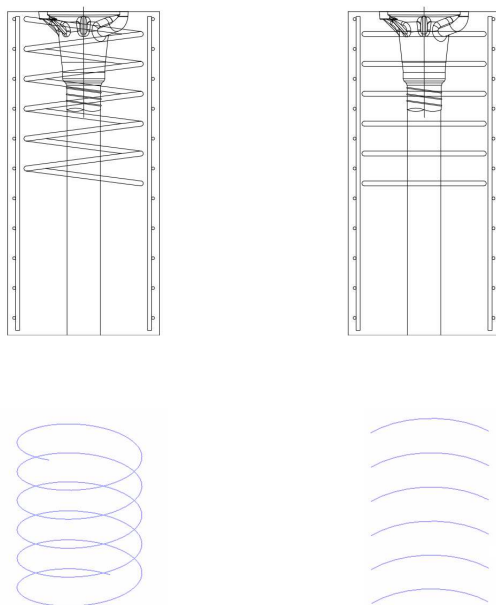


Figura 4.3: Simplificação da armadura helicoidal

Para a modelação da geometria no software ATENA 3D foram utilizados tetraedros e hexaedros, macroelementos com quatro e seis faces respetivamente, de 10 mm de aresta na metade superior (correspondente à zona de rotura, ou seja, com uma malha de dimensão inferior) aumentando gradualmente até 30 mm na metade inferior, como ilustrado nas Figuras 4.1 e 4.2

Consideraram-se dois grupos de modelos: os modelos F (F1, F2 e F3) com base no estudo efetuado por Vasconcelos [25] e os modelos P (P1 e P2) baseados na geometria de Marchão [19], ilustrados genericamente na Figura 4.4. Os dois tipos de modelos apresentam secções de lado a e alturas h diferentes entre si, sendo que dentro do mesmo tipo de modelo existem variações nas armaduras helicoidais e estribos, conforme apresentado na Tabela 4.1.

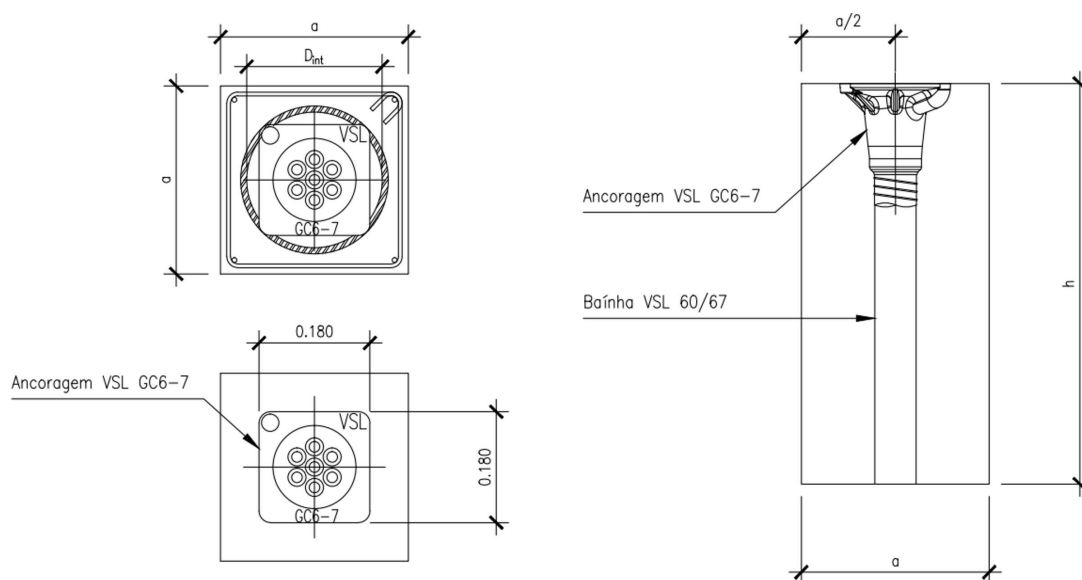


Figura 4.4: Geometria genérica dos prismas considerados

Tabela 4.1: Armadura e dimensões dos modelos numéricos

Prisma	$a(\text{mm})$	$h(\text{mm})$	Estribo	Armadura helicoidal			
				n	$\phi(\text{mm})$	$p(\text{mm})$	$D_{\text{int}}(\text{mm})$
F1	265	580	$6\phi 10//0,05$	6	12	50	190
F2	265	580	-	6	12	50	190
F3	265	580	$6\phi 10//0,05$	6	8	50	190
P1	305	650	$6\phi 12//0,06$	7	12	50	250
P2	305	650	-	6	10	60	230

A armadura helicoidal é definida através do seu diâmetro ϕ , do passo entre duas voltas p , do diâmetro interior D_{int} e do número de volta completas n . Neste estudo foi utilizada uma ancoragem VSL GC6-7 com a geometria representada na Figura 4.4, sendo a bainha metálica representada nos modelos através de uma abertura de 67 mm, respetiva ao diâmetro exterior da mesma.

Para além das armaduras apresentadas na Tabela 4.1 os modelos contêm 4 varões longitudinais de diâmetro 8 mm, posicionados nos cantos do modelos completo (sendo que no caso dos modelos utilizados, devido à simplificação de dupla simetria, apenas um é representado) e também armadura adicional, sob a forma de estribos, tal como previsto na ETAG [13] ($\phi 6//0,05$ nos modelos tipo F e $\phi 6//0,06$ nos modelos tipo P).

4.3 Propriedades mecânicas dos materiais

4.3.1 Betão

Na Tabela 4.2. estão apresentadas as propriedades mecânicas do betão utilizadas nos modelos numéricos.

Tabela 4.2: Propriedades do betão dos modelos utilizados para a calibração

Modelo	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cm} (GPa)	G_f (MN/m)
F1	52,10	3,26	32,49	8,16E-05
F2	47,91	3,01	31,68	7,53E-05
F3	54,51	3,72	32,93	9,30E-05
P1	52,20	4,14	32,51	1,04E-04
P1A	29,40	2,88	27,36	7,20E-05
P1B/C	27,80	2,52	26,91	6,30E-05
P2	52,20	4,14	32,51	1,04E-04
P2A	29,40	2,88	27,36	7,20E-05
P2B/C	26,50	2,34	26,52	5,85E-05

Os valores da resistência à compressão f_c foram obtidos experimentalmente, através de ensaios em provetes cilíndricos, e a resistência à tracção $f_{ct,sp}$ foi obtida experimentalmente no caso dos modelos tipo F, de Vasconcelos [25] e calculada de acordo com o EC2 [12] para os modelos tipo P de Marchão [19]. Para obtenção da resistência média do betão à tração f_{ctm} foi utilizada a equação (4.1).

$$f_{ctm} = 0,9 \times f_{ct,sp} \quad (4.1)$$

Para obtenção dos módulos de elasticidade E_{cm} recorreu-se à equação (4.2), como sugerido pelo EC2 [12]. Reduziram-se ainda 10% estes módulos de elasticidade, uma vez que, os dados utilizados basearam-se nos ensaios laboratoriais de Marchão [19] e Vasconcelos [25] onde foram utilizados betões com agregados calcários.

$$E_{cm} = 22 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (4.2)$$

Os valores da energia de fratura G_f foram obtidos utilizando a equação (4.3), proposta por Vos [9].

$$G_f = 0,000025 f_{ctm} \quad (4.3)$$

Para a definição do betão no software ATENA 3D, é ainda necessária a utilização de alguns parâmetros, que se apresentam na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Outros parâmetros do betão utilizados

ν	$r_{c,lim}$	S_f	e
0,2	0,8	20	0,52

Os valores dos parâmetros utilizados, presentes na Tabela 4.3, representam, segundo Cervenka [9]:

ν é o coeficiente de Poisson

$r_{c,lim}$ é o valor mínimo de redução da resistência à compressão do betão devido à abertura de fendas;

S_f é o fator de rigidez de corte devido à abertura de fendas, ou seja, é o coeficiente que define a relação entre a rigidez de corte normal e fendilhada;

e é a excentricidade da superfície de rotura e define o arredondamento da mesma.

4.3.2 Aço

Na Tabela 4.4 são apresentados os valores médios da tensão de cedência f_y , tensão última f_u e a respetiva extensão ε_u , obtidos experimentalmente por Vasconcelos [25] e Marchão [19]. O módulo de elasticidade do aço não foi determinado experimentalmente em nenhum dos casos, sendo por isso utilizado o valor de 200 GPa.

Tabela 4.4: Propriedades mecânicas das armaduras

$\phi(\text{mm})$	$f_y(\text{MPa})$	$f_u(\text{MPa})$	$\varepsilon_u(\%)$
Modelos F			
6	564	660	4,5
8	550	672	4,5
10	531	630	5,0
12	537	649	5,0
Modelos P			
6	564	667	11,4
10	561	673	11,4
12	542	657	10,9

4.3.3 Ancoragem

Para a modelação da cabeça de ancoragem foi utilizado um material elasto-plástico sem endurecimento com as propriedades enunciadas na Tabela 4.5 como já tinha sido utilizado no trabalho de Marchão [19].

Tabela 4.5: Características do aço da ancoragem

$f_y(\text{MPa})$	$E_s(\text{GPa})$	ν
250	210	0,3

4.3.4 Apoio

Neste estudo, o carregamento foi aplicado através da imposição de deslocamentos no topo da cabeça de ancoragem. Para obtenção da força correspondente aos deslocamentos impostos, é necessário proceder à leitura das reações na base do modelo. Caso o provete fosse pontualmente apoiado, iriam surgir tensões concentradas que conduziram à rotura nesses mesmos locais e a resultados pouco realistas.

Neste contexto, optou-se por apoiar o modelo num bloco rígido de aço com características idênticas às descritas na secção 4.3.3, com secção igual à do provete e espessura de 100 mm, como demonstrado na Figura 4.5, tal como já tinha sido efetuado nos trabalhos anteriores de Marchão [19] e Rebelo [23]. Este apoio bastante rígido, foi sustentado em quatro pontos nas suas extremidades, onde foram registados os valores das reações.

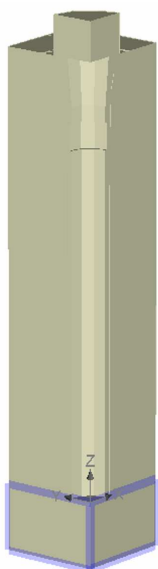


Figura 4.5: Bloco rígido de aço utilizado como apoio dos modelos

4.3.5 Interface betão-aço da ancoragem

Para simular a ligação entre o betão e o aço da ancoragem foram utilizados os valores presentes na Tabela 4.6, utilizados anteriormente por Marchão [19]. A ligação é simulada através da rigidez normal (K_{nn}), rigidez tangencial (K_{tt}), resistência à tração ($f_{t,int}$), coesão (c_i), coeficiente de atrito (μ), rigidez normal mínima ($K_{nn,min}$) e rigidez tangencial mínima ($K_{tt,min}$).

Tabela 4.6: Parâmetros utilizados na interface entre o betão e o aço da ancoragem

$K_{nn}(\text{MN/m}^3)$	$K_{tt}(\text{MN/m}^3)$	$f_{t,int}(\text{MPa})$	$c_i(\text{GPa})$	μ	$K_{nn,min}(\text{MN/m}^3)$	$K_{tt,min}(\text{MN/m}^3)$
200×10^6	200×10^6	1,0	1,0	0,2	200×10^3	200×10^3

4.3.6 Interface betão-armaduras

De acordo com o que foi exposto na secção 3.5.2, nas equações (3.16a), (3.16b), (3.16c) e (3.16d), é possível obter as relações tensão de aderência - escorregamento. Para isso definem-se na Tabela 4.7 os parâmetros utilizados neste estudo.

Tabela 4.7: Parâmetros para a definição das relações tensão de aderência-escorregamento

τ_{\max}	s_1	s_2	s_3	α	τ_f
$2,5\sqrt{f_{ck}}$	1,0 mm	2,0 mm	c_{clear}	0,4	$0,40\tau_{\max}$

Na Tabela 4.8 apresentam-se os valores dos parâmetros utilizados que dependem da resistência do betão, calculados de acordo com o exposto na Tabela 4.7.

Tabela 4.8: Parâmetros utilizados na definição das relações tensão de aderência - escorregamento

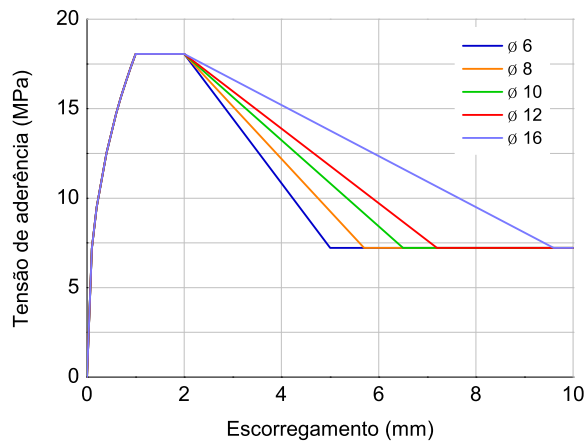
Modelo	$f_c(\text{MPa})$	$\tau_{\max}(\text{MPa})$	$\tau_f(\text{MPa})$
F1	52,2	18,1	7,2
F2	47,9	17,3	6,9
F3	54,5	18,5	7,4
P1	52,2	18,1	7,2
P1A	29,4	13,6	5,4
P1B/C	27,8	13,2	5,3
P2	52,2	18,1	7,2
P2A	29,4	13,6	5,4
P2B/C	26,5	12,9	5,1

Na Tabela 4.9 apresentam-se os espaçamentos entre nervuras, de acordo com a Especificação LNEC E450-2010 [18].

Tabela 4.9: Espaçamento entre nervuras em função do diâmetro do varão

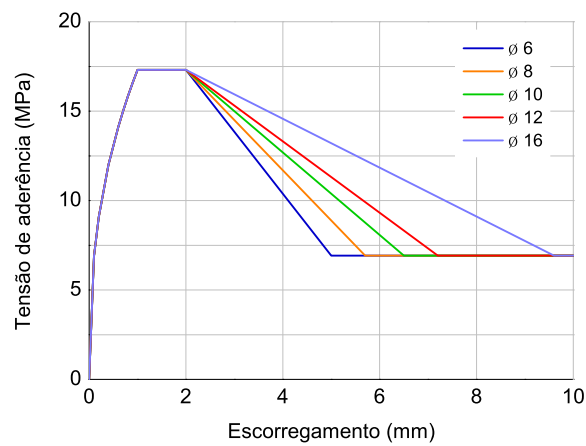
$\phi_{\text{varão}}(\text{mm})$	$s_3(\text{mm})$
6	5
8	5,7
10	6,5
12	7,2
16	9,6

Através dos valores de s_3 e das equações (3.16a), (3.16b), (3.16c) e (3.16d) é possível obter as relações tensão de aderência-escorregamento para todos os prismas em estudo, conforme ilustrado nas Figuras 4.6 a 4.11.



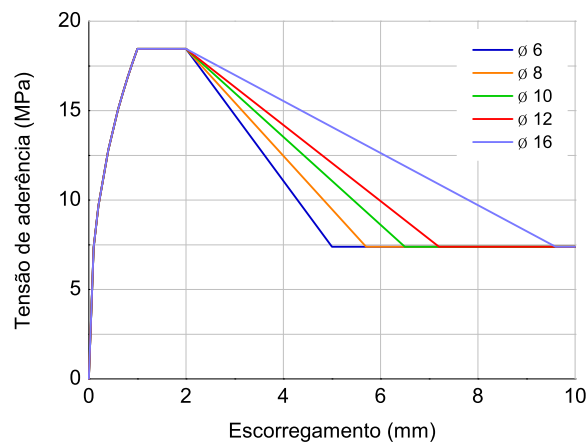
s (mm)	τ (Mpa)
0	0,0
0,1	7,2
0,2	9,5
0,4	12,5
0,6	14,7
0,7	15,7
0,8	16,5
0,9	17,3
1	18,1
2	18,1
s_3	7,2
10	7,2

Figura 4.6: Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes F1, P1 e P2



s (mm)	τ (Mpa)
0	0,0
0,1	6,9
0,2	9,1
0,4	12,0
0,6	14,1
0,7	15,0
0,8	15,8
0,9	16,6
1	17,3
2	17,3
s_3	6,9
10	6,9

Figura 4.7: Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes F2



s (mm)	τ (Mpa)
0	0,0
0,1	7,3
0,2	9,7
0,4	12,8
0,6	15,0
0,7	16,0
0,8	16,9
0,9	17,7
1	18,5
2	18,5
s_3	7,4
10	7,4

Figura 4.8: Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes F3

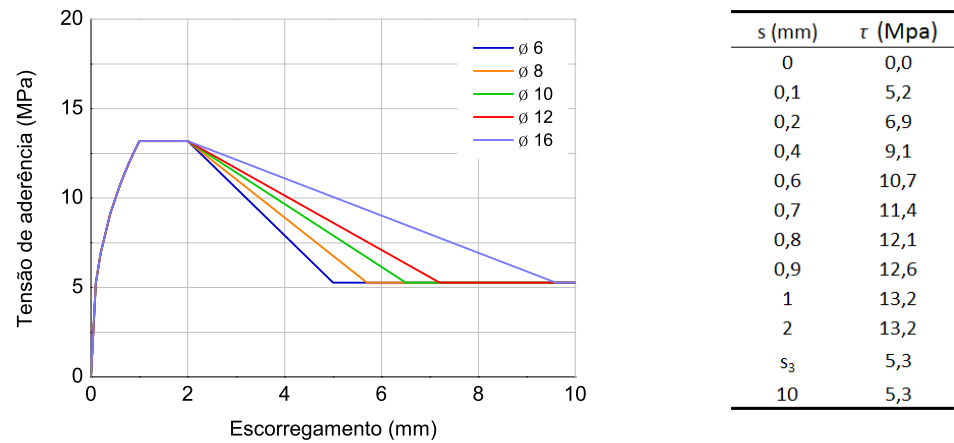


Figura 4.9: Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes P1B/C

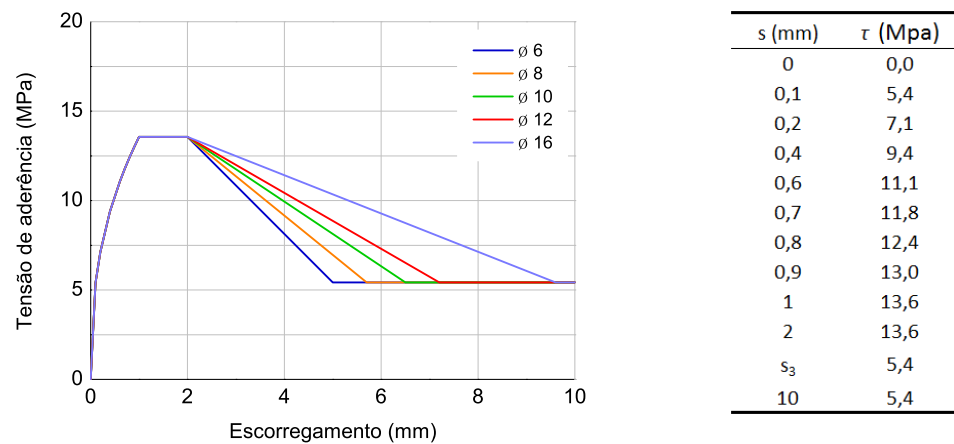


Figura 4.10: Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes P1A e P2A

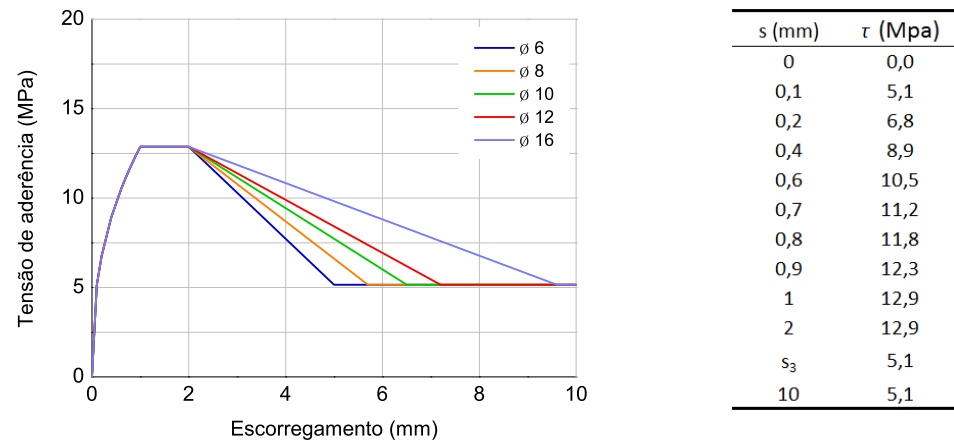


Figura 4.11: Tensão de aderência-escorregamento relativa aos provetes P1B/C

4.4 Critérios utilizados para a calibração dos modelos

Para a calibração testaram-se diferentes combinações dos parâmetros ε_{cp} , β e ω_d . Das modelações numéricas realizadas com as várias combinações de parâmetros, obteve-se o deslocamento vertical total, monitorizado no topo do modelo e a força total nos apoios, obtida através do somatório das forças dos cantos do bloco de apoio. Através deste procedimento, foi possível comparar o desenvolvimento do gráfico força-deslocamento, as forças máximas e as respetivas extensões com os resultados experimentais. Foram testadas 15 combinações diferentes para cada um dos 9 modelos, perfazendo um total de 135 simulações numéricas.

Para uma avaliação mais adequada da combinação de parâmetros que melhor se adaptava aos resultados experimentais, compararam-se os valores numéricos e experimentais, em relação às suas forças ultimas e às respetivas extensões, através dos seus valores médios e de um coeficiente de variação calculado com base na equação (4.4).

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{f_{ci} - f_{cm}}{f_{cm}}^2} \quad (4.4)$$

Os parâmetros escolhidos, apresentados na Tabela 4.10, foram aqueles que conduziram a menores diferenças em relação aos resultados experimentais, mas também os que apresentavam melhores desenvolvimentos do gráfico força-deslocamento.

Tabela 4.10: Parâmetros calibrados

$\varepsilon_{cp}(\%)$	β	$\omega_d(\text{mm})$
-1,50	0,4	-0,2

Os valores dos parâmetros calibrados, presentes na Tabela 4.10, representam, segundo Cervenka [9]:

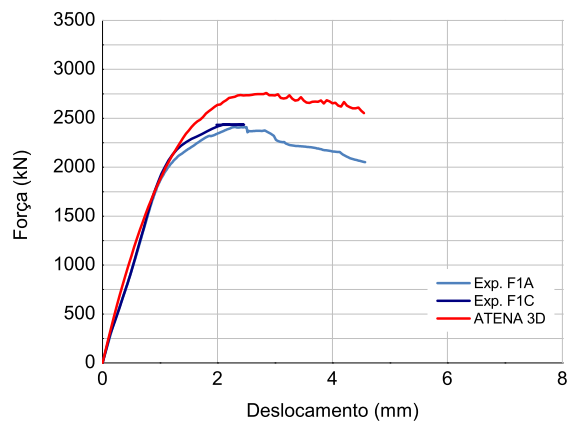
β é o fator para a direção do fluxo plástico (se $\beta < 0$ o material está a ser compactado, se $\beta = 0$ o volume do material está a ser mantido constante e se $\beta > 0$ o material está a dilatar. ω_d é o deslocamento crítico de compressão, isto é, o deslocamento que define o fim do troço ascendente na relação constitutiva do betão à compressão;

ε_{cp} é a extensão plástica que corresponde à resistência à compressão na curva ascendente da relação constitutiva do betão.

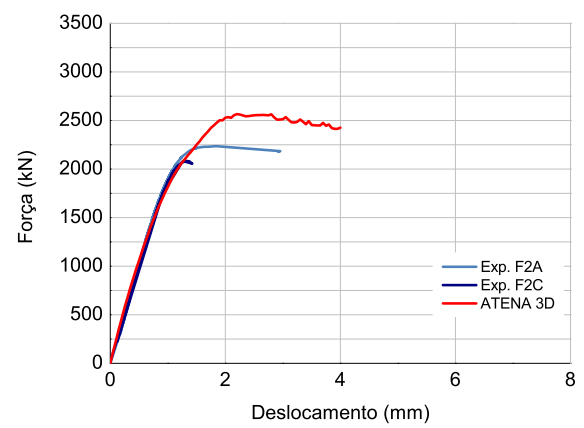
4.5 Resultados dos modelos numéricos

4.5.1 Relação força-deslocamento

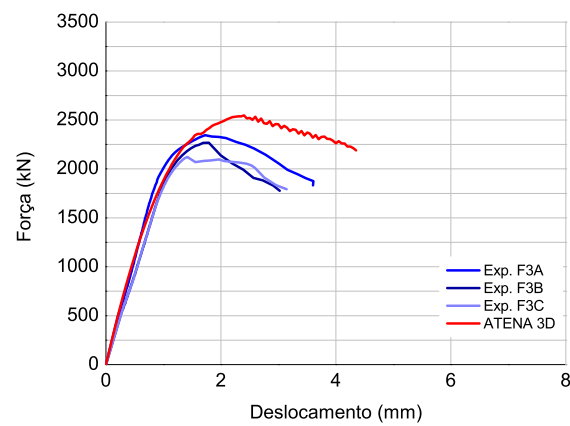
Nas Figuras 4.12 e 4.13 apresentam-se as relações força-deslocamento experimentais e numéricas.



(a) F1



(b) F2



(c) F3

Figura 4.12: Modelos tipo F: Comparação de resultados experimentais e numéricos

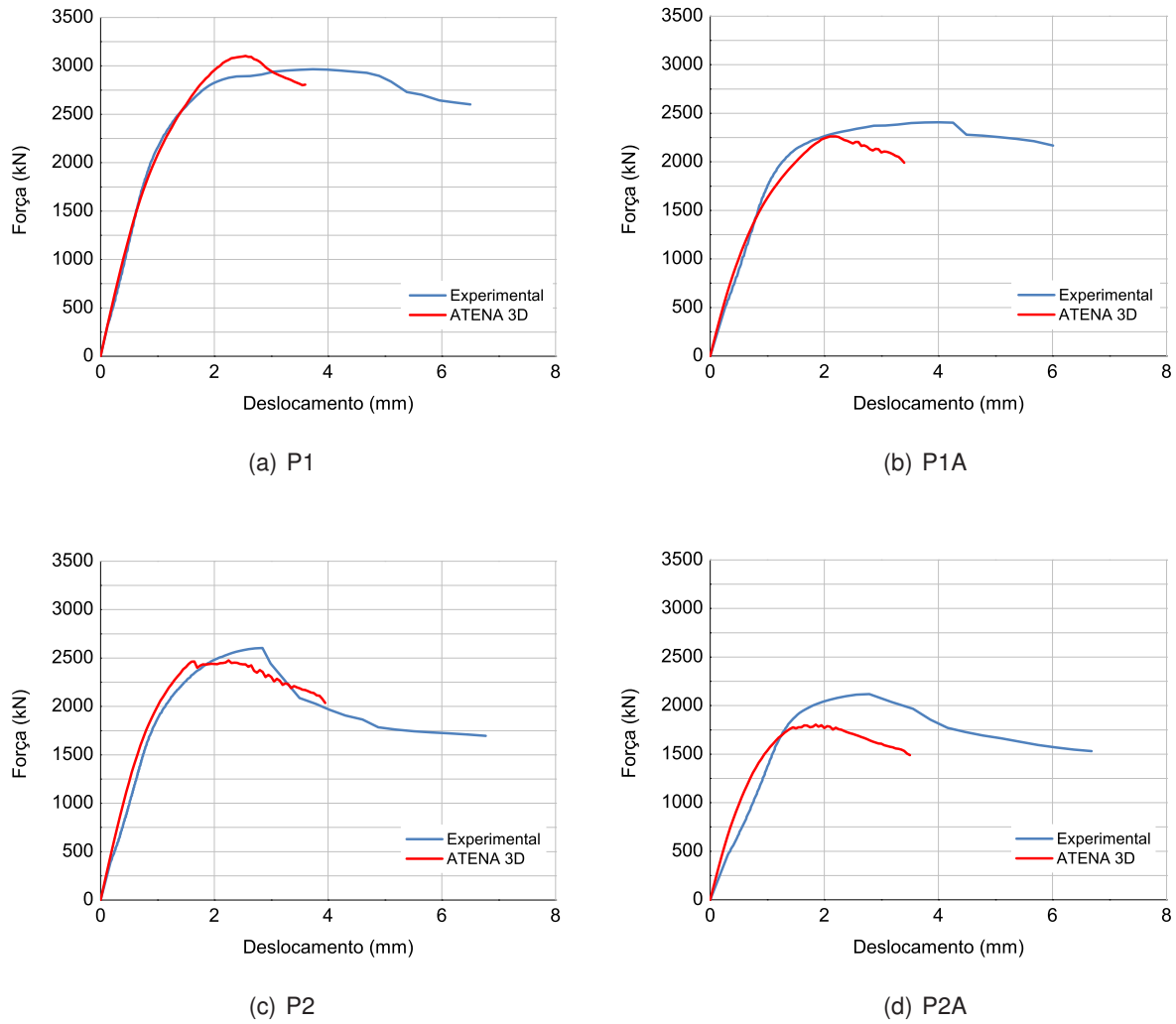


Figura 4.13: Modelos tipo P: Comparação de resultados experimentais e numéricos

Durante a calibração foi necessário realizar um compromisso entre os resultados obtidos para os provetes tipo F e tipo P, uma vez que os valores numéricos se encontravam entre os dois. Da análise dos gráficos e tabelas resultantes da calibração escolheram-se os parâmetros presentes na Tabela 4.3.

4.5.2 Carga de início de fendilhação

Por forma a avaliar a qualidade dos modelos numéricos no que respeita ao início da fendilhação, realizou-se uma análise comparativa da força para a qual aparece a primeira fenda nos modelos experimentais e nos modelos numéricos. Para isso analisou-se qual o valor da força no momento em que ocorre a extensão máxima de tração, $\varepsilon_{t,max}$, calculada segundo a equação (4.5) e cujos valores se apresentam na 4.11.

$$\varepsilon_{t,max} = \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} \quad (4.5)$$

Tabela 4.11: Extensão máxima de tração do betão

Modelos	$f_{ctm}(MPa)$	$E_{cm}(GPa)$	$\epsilon_{t,max}(\%)$
F1	3,26	32,51	0,1003
F2	3,01	31,68	0,0950
F3	3,72	32,93	0,1130

Na Tabela 4.12 apresenta-se a comparação, entre os modelos experimentais e numéricos, relativa à força para qual a extensão máxima de tração do betão é ultrapassada.

Tabela 4.12: Forças para as quais ocorre a extensão máxima do betão à tração

Modelos	$F_{exp,média}(kN)$	$F_{num}(kN)$	$F_{exp,média}/F_{num}$
F1	413,17	455,00	0,91
F2	426,93	422,36	1,01
F3	477,98	506,60	0,94

Para uma melhor avaliação da validade dos modelos numéricos apresenta-se também os gráficos dos deslocamentos relativos nas faces nos provetes, nas Figuras 4.14, 4.15 e 4.16. Foram medidos os deslocamentos em dois níveis, o designado de "cima" a uma distância de 60 mm do topo e o designado de "baixo" a 210 mm do topo. Em cada nível foram medidos os deslocamento de dois pontos que distavam entre si 150 mm, para que assim fosse possível calcular o deslocamento relativo entre ambos.

Os resultados experimentais e numéricos revelaram, de uma forma geral, serem bastante similares, servindo assim como mais uma forma de validação dos modelos numéricos e dos parâmetros calibrados.

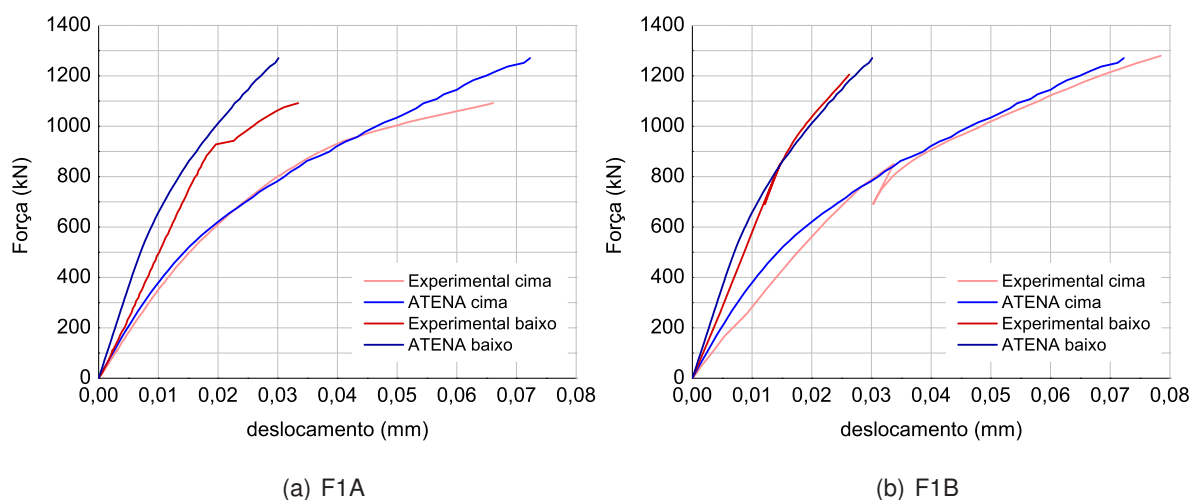
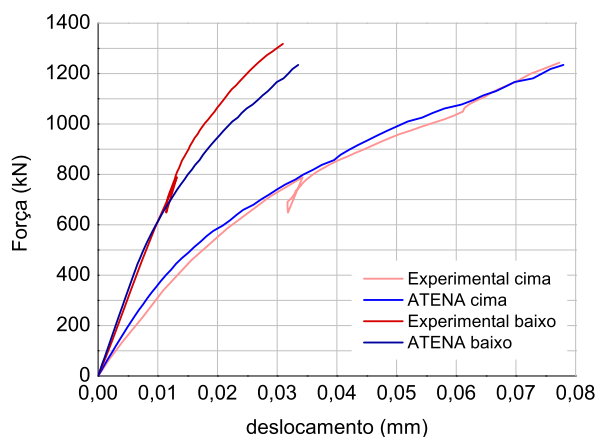
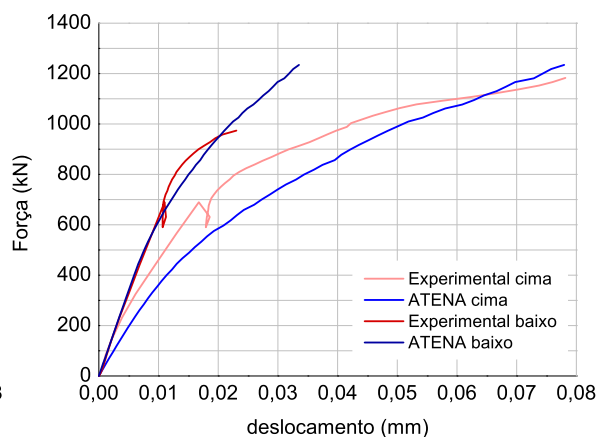


Figura 4.14: Modelo F1: Comparação de deslocamentos relativos na face dos modelos

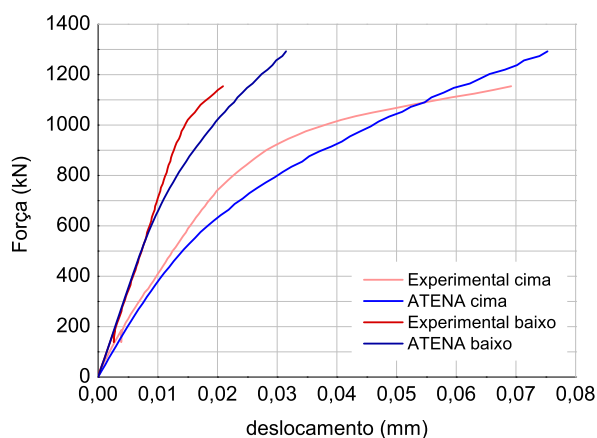


(a) F2B

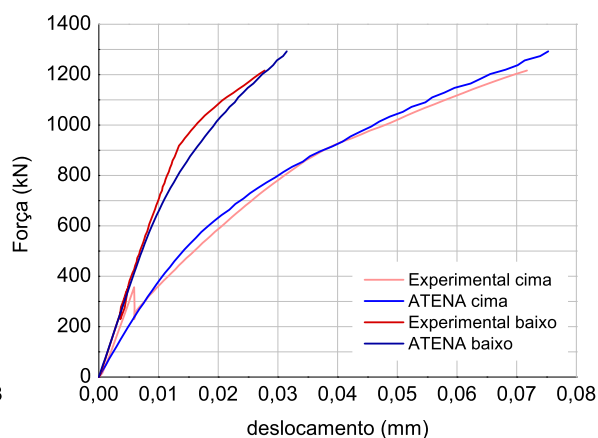


(b) F2C

Figura 4.15: Modelo F2: Comparação de deslocamentos relativos na face dos modelos



(a) F3A



(b) F3C

Figura 4.16: Modelo F3: Comparação de deslocamentos relativos na face dos modelos

Os valores dos deslocamentos relativos experimentais foram obtidos através de transdutores colocados nas faces do betão. No caso dos modelos tipo P não foi utilizado este tipo de instrumentação, não sendo por isso possível este tipo de análise.

Capítulo 5

Estudo paramétrico

5.1 Introdução

Neste capítulo será apresentado o estudo paramétrico realizado com o objetivo de estimar a carga de início de fendilhação na zona local de ancoragem de pré-esforço. Foram estudados 270 modelos onde se fez variar a classe de resistência do betão, a dimensão da secção transversal, o diâmetro da armadura de confinamento (estribos e armadura helicoidal) e o recobrimento, e assim avaliar a influência dos vários parâmetros na carga de fendilhação.

Inicialmente serão descritas as características geométricas e mecânicas dos modelos, bem como as hipóteses assumidas durante a modelação numérica. Tal como nos modelos utilizados para a calibração, recorreu-se à simplificação de dupla simetria e foram utilizadas as propriedades mecânicas do aço e as características da interface entre o betão e o aço da ancoragem apresentadas na secção 4.1.

Para o estudo da carga de fendilhação foi necessário proceder à monitorização dos modelos numéricos. A força atuante foi monitorizada através do somatório das forças dos apoios no bloco rígido de aço, e a fendilhação através da função implementada no software ATENA 3D que mede a máxima fendilhação no modelo para cada passo de carga. Os resultados obtidos serão comparados com os provenientes da formulação proposta por Bonetti [4].

5.2 Geometria dos modelos

A geometria dos modelos variou ao longo do estudo paramétrico, respeitando sempre a geometria genérica apresentada na Figura 4.4. Foram estudadas três dimensões de secções quadradas de lado a igual a 265 mm, 280 mm e 300 mm de lado. Nas duas primeiras secções utilizou-se uma altura h de 560 mm e na última adotou-se uma altura h igual a 600 mm de forma respeitar a imposição da norma ETAG013 [13] apresentada na secção 2.3, que especifica que a altura deve ser pelo menos o dobro da secção. Em relação às características geométricas fez-se também variar a espessura de recobrimento, tendo-se adotado valores de 10 mm, 20 mm e 30 mm.

Relativamente às armaduras, optou-se por utilizar os valores de diâmetro dos estribos de 6 mm, 8 mm e 10 mm e de diâmetro da armadura helicoidal de 8 mm, 10 mm e 12 mm. A

ancoragem utilizada foi, tal como na secção 4.2, a ancoragem VSL GC6-7 apresentada na Figura 4.1.

5.3 Propriedades mecânicas do betão

Como mencionado anteriormente, a classe de resistência do betão foi um dos parâmetros envolvidos neste estudo. Os valores utilizados para a resistência à compressão f_{cm} , resistência à tracção f_{ctm} e módulo de elasticidade E_{cm} referentes a cada classe de betão, foram retirados do EC2 [12] e estão presentes na Tabela 5.1, bem como a energia de fratura G_f calculada através da equação (4.3).

Tabela 5.1: Propriedades do betão dos modelos utilizados no estudo paramétrico

Classe	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cm} (GPa)	G_f (MN/m)
C30/37	38	2,80	33	6,53E-05
C35/45	43	3,20	34	7,20E-05
C40/50	48	3,50	35	7,88E-05

Para a completa definição do betão no software ATENA 3D foram utilizados os parâmetros definidos na secção 4.3.1 resultantes da calibração dos modelos numéricos.

5.4 Tensão de aderência - escorregamento

Na Tabela 5.2 apresentam-se os valores dos parâmetros utilizados que dependem da resistência do betão, calculados de acordo com o exposto na secção 3.5.2.

Tabela 5.2: Parâmetros utilizados na definição das relações tensão de aderência - escorregamento

Classe	f_{cm} (MPa)	τ_{max} (MPa)	τ_f (MPa)
C30/37	38	15,4	6,2
C35/45	43	16,4	6,6
C40/50	48	17,3	6,9

Através dos valores de s_3 da Tabela 4.9 e das equações (3.16a), (3.16b), (3.16c) e (3.16d), apresentadas na secção 4.3.6, é possível obter as relações tensão de aderência-escorregamento para todos os prismas em estudo, conforme apresentado nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3.

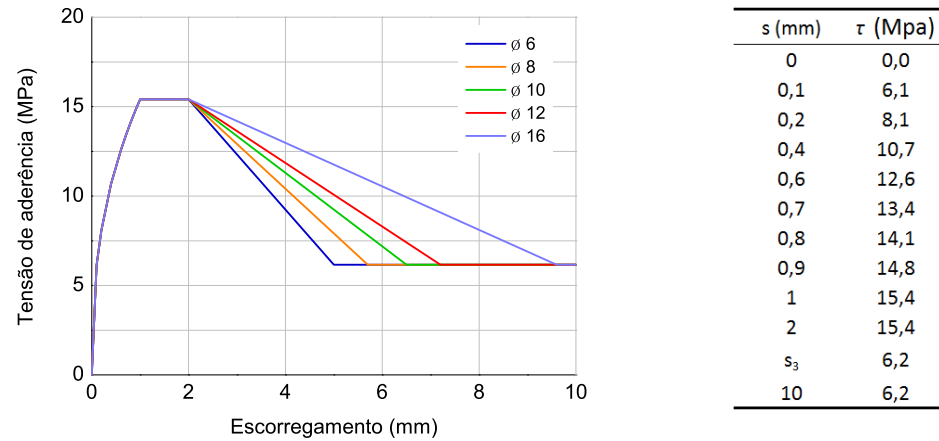


Figura 5.1: Tensão de aderência-escorregamento relativa à classe C30/37

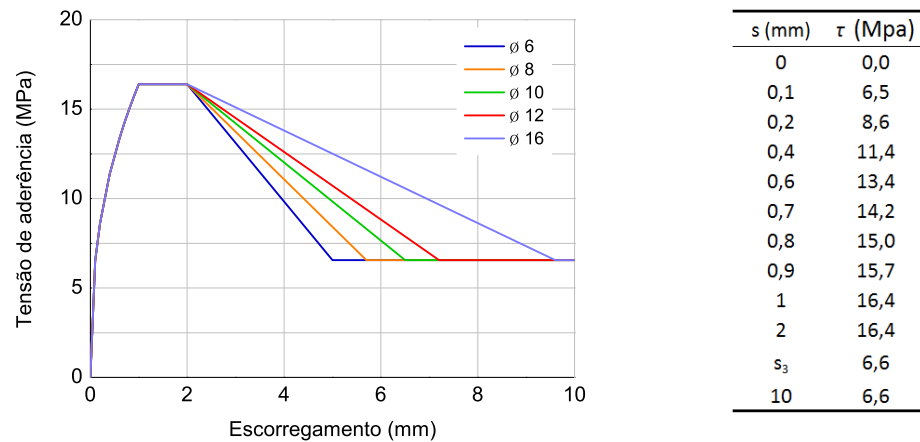


Figura 5.2: Tensão de aderência-escorregamento relativa à classe C35/45

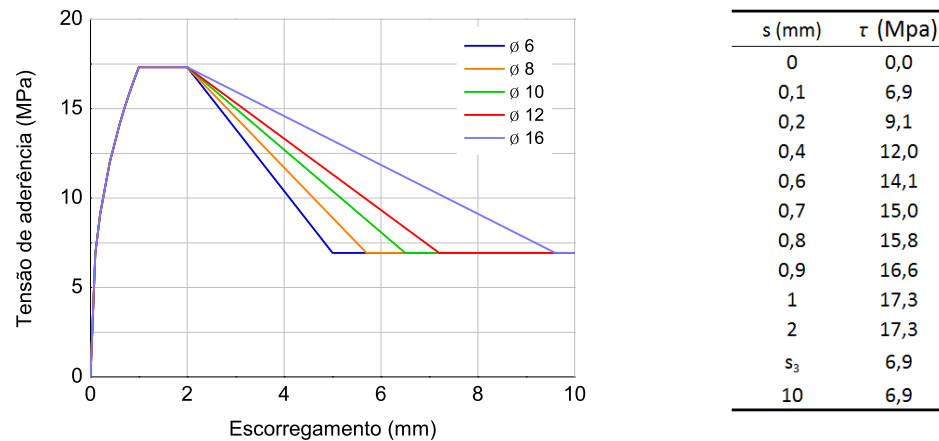


Figura 5.3: Tensão de aderência-escorregamento relativa à classe C40/50

5.5 Análise dos Resultados

5.5.1 Designação dos modelos

Uma vez que estamos perante um estudo com um número elevado de modelos optou-se por adotar uma forma padrão de os designar: $Rf_{ck} \cdot \text{secção} \cdot \phi_{\text{estribo}} \cdot \phi_{\text{espiral}} \cdot c$. Em que: f_{ck} é o valor da resistência característica à compressão em cilindros, secção é o valor da secção, que podem tomar os valores 1, 2 e 3 que correspondem, respetivamente, às secções com 265 mm, 280 mm e 300 mm de lado, ϕ_{estribo} é o diâmetro dos estribos da armadura de confinamento em mm, ϕ_{espiral} é o diâmetro da armadura de confinamento helicoidal em mm e c é o recobrimento em mm.

Um modelo denominado de R40.2.8.12.10 representa um prisma com um betão de classe de resistência C40/50, uma secção quadrada de lado 280 mm, estribos de 8 mm de diâmetro, armadura helicoidal de 12 mm de diâmetro e 10 mm de recobrimento.

5.5.2 Carga de início de fendilhação

5.5.2.1 Influência da resistência do betão

Através dos resultados obtidos no estudo paramétrico pretendeu-se estudar a influência de cada um dos parâmetros (resistência do betão, secção, recobrimento e diâmetro da armadura helicoidal e estribos) na carga de início de fendilhação. Para isso, optou-se por realizar a análise de cada um dos parâmetros individualmente para que assim fosse possível retirar conclusões sobre cada um.

Na Figura 5.4 apresenta-se a variação da carga de início de fendilhação, $P_{fend,num}$, em modelos sem armadura, em função das várias tensões de compressão do betão, f_{cm} , para os rácios A/A' iguais a 2,2, 2,4 e 2,8, representativos das secções 265 mm, 280 mm e 300 mm, respetivamente.

A/A'	f_{cm} (MPa)	P_{fend} (kN)	variação (%)
2,2	38	484,76	-
	43	564,6	16,5
	48	593,08	22,3
2,4	38	447,44	-
	43	531,92	18,9
	48	546,88	22,2
2,8	38	398,6	-
	43	487,32	22,3
	48	510,4	28,0

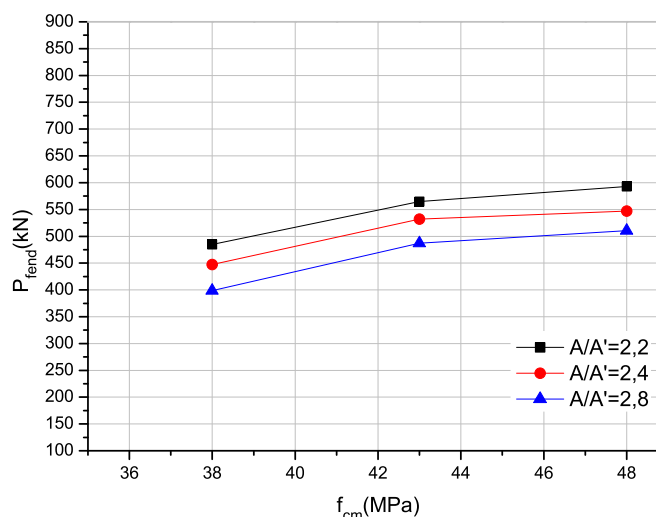


Figura 5.4: Variação da carga de fendilhação com a resistência do betão

Neste gráfico é visível que, para qualquer secção, ocorre um aumento da carga de fendilhação com o aumento da resistência do betão, sendo que este aumento é mais

acentuado para resistências menores, como é possível ver na última coluna da tabela e no declive do gráfico.

5.5.2.2 Influência da dimensão da secção transversal

Na Figura 5.5, ainda para modelos sem armadura, é analisada a carga de início de fendilhação para as várias secções. É visível a diminuição da carga com o aumento da secção.

f_{cm} (MPa)	A/A'	P_{fend} (kN)	% variação
38	2,2	484,76	-
	2,4	447,44	-7,7
	2,8	398,6	-17,8
43	2,2	564,6	-
	2,4	531,92	-5,8
	2,8	487,32	-13,7
48	2,2	593,08	-
	2,4	546,88	-7,8
	2,8	510,4	-13,9

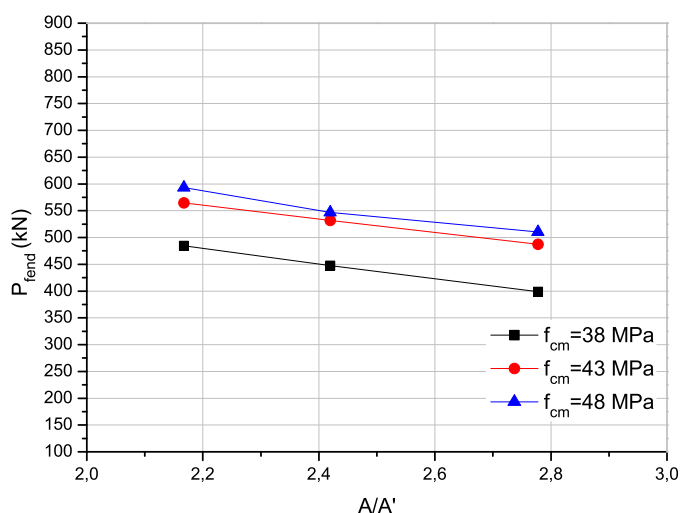


Figura 5.5: Variação da carga de fendilhação com a dimensão da secção

Este resultado não vai de encontro ao sugerido na formulação de Bonetti [4], na qual um aumento da secção transversal do provete implica uma maior carga de fendilhação.

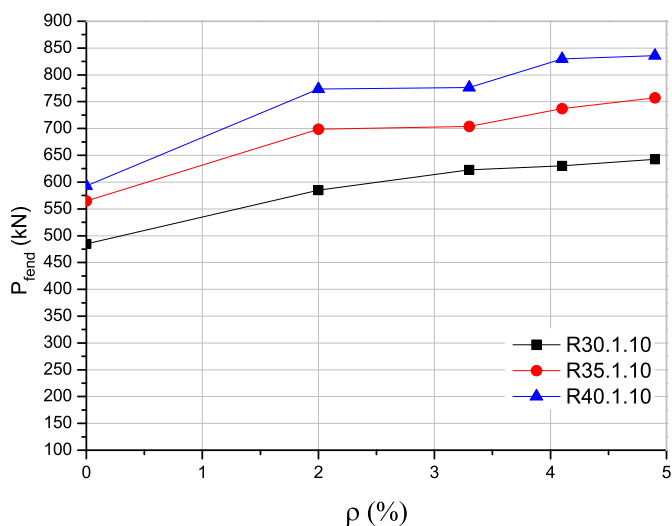
5.5.2.3 Influência da taxa de armadura

Nas Figuras 5.6, 5.7 e 5.8 são apresentados resultados da variação da carga da fendilhação com a taxa de armadura, ρ , para as diferentes secções e com recobrimento constante igual a 10 mm.

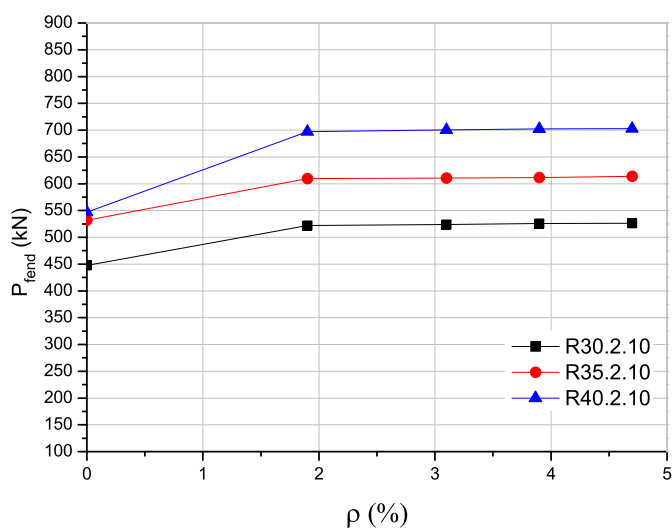
O valor de ρ , calculado de acordo com a equação (5.1), igual a zero representa o caso sem armadura, o imediatamente a seguir representa o caso com estribo de 6 mm e armadura helicoidal de 8 mm e o maior valor de ρ o caso com estribo de 10 mm e armadura helicoidal de 12 mm.

$$\rho = \frac{V_{armadura}}{V_{betão}} \quad (5.1)$$

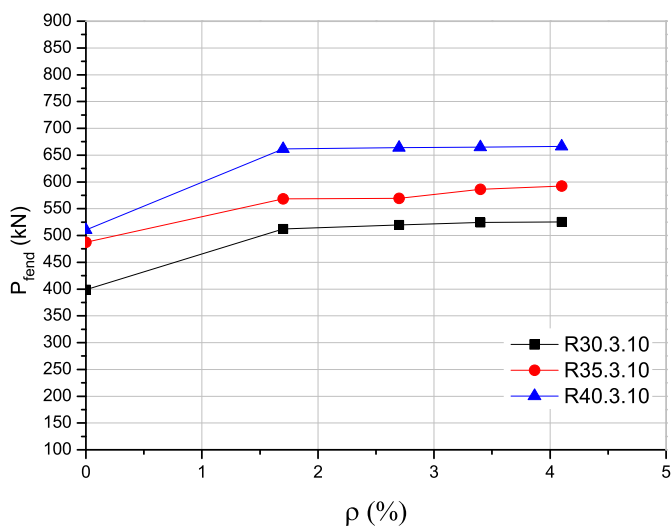
f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	484,76	-
	2	585,04	20,7
	3,3	623,04	28,5
	4,1	630,28	30,0
	4,9	642,44	32,5
43	0	564,6	-
	2	698,68	23,7
	3,3	703,76	24,6
	4,1	737,16	30,6
	4,9	757,08	34,1
48	0	593,08	-
	2	773,4	30,4
	3,3	776,32	30,9
	4,1	829,72	39,9
	4,9	835,76	40,9

Figura 5.6: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm)

f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	447,44	-
	1,9	521,88	16,6
	3,1	523,84	17,1
	3,9	525,8	17,5
	4,7	526,16	17,6
43	0	531,92	-
	1,9	609,48	14,6
	3,1	610,68	14,8
	3,9	611,28	14,9
	4,7	613,76	15,4
48	0	546,88	-
	1,9	696,96	27,4
	3,1	700,4	28,1
	3,9	702,44	28,4
	4,7	703,04	28,6

Figura 5.7: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,4$, $c=10$ mm)

f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	398,6	-
	1,7	512,24	28,5
	2,7	519,84	30,4
	3,4	524,2	31,5
	4,1	525,36	31,8
43	0	487,32	-
	1,7	568,6	16,7
	2,7	569,44	16,9
	3,4	586,12	20,3
	4,1	592,08	21,5
48	0	510,4	-
	1,7	661,64	29,6
	2,7	663,96	30,1
	3,4	664,68	30,2
	4,1	666,44	30,6

Figura 5.8: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,8$, $c=10$ mm)

Nas três imagens é visível o aumento da carga de início de fendilhação com a inclusão de armadura, no entanto, na generalidade dos casos, o aumento da taxa de armadura não significa um claro aumento dessa carga.

Nas Figuras 5.9 a 5.14 são apresentadas novamente as mesmas taxas de armadura das Figuras 5.6, 5.7 e 5.8, mas desta vez com recobrimentos iguais a 20 e 30 mm.

f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	484,76	-
	2	555,6	14,6
	3,3	558,2	15,1
	4,1	559,4	15,4
	4,9	582,96	20,3
43	0	564,6	-
	2	617,8	9,4
	3,3	641,76	13,7
	4,1	654,88	16,0
	4,9	645,44	14,3
48	0	593,08	-
	2	678,84	14,5
	3,3	690,96	16,5
	4,1	683,44	15,2
	4,9	685,64	15,6

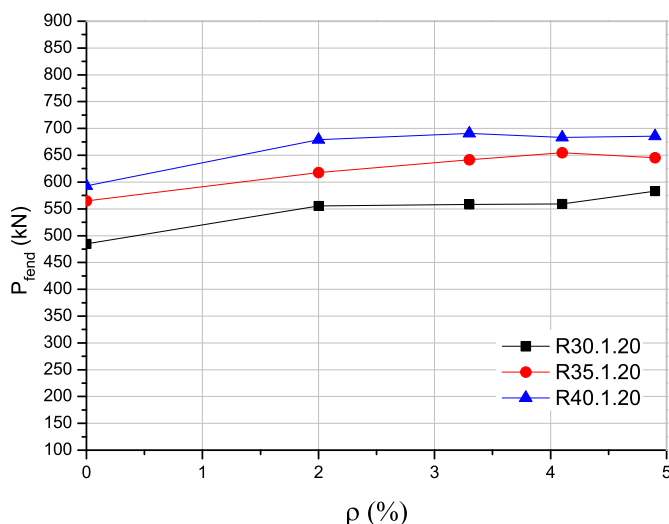


Figura 5.9: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,2$, $c=20$ mm)

f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	447,44	-
	1,9	522,92	16,9
	3,1	525,16	17,4
	3,9	525,32	17,4
	4,7	526,28	17,6
43	0	531,92	-
	1,9	598,76	12,6
	3,1	601	13,0
	3,9	601,24	13,0
	4,7	605,84	13,9
48	0	546,88	-
	1,9	628,52	14,9
	3,1	629,6	15,1
	3,9	630,28	15,3
	4,7	632,24	15,6

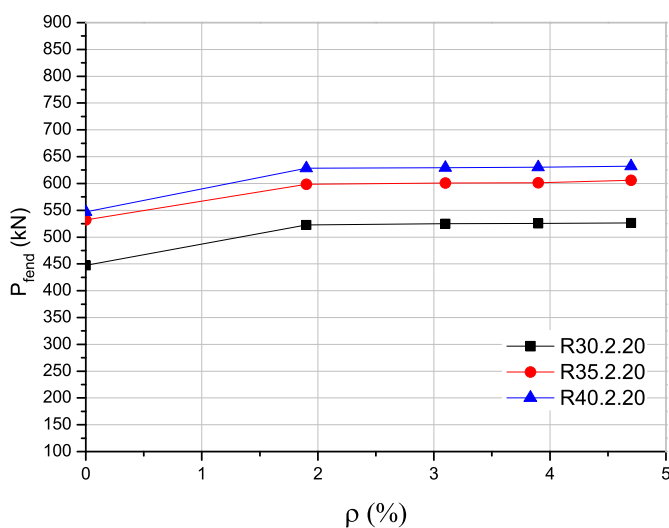
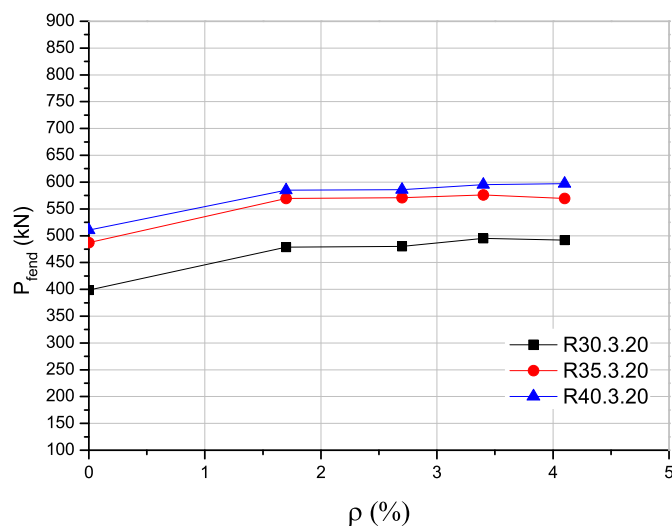
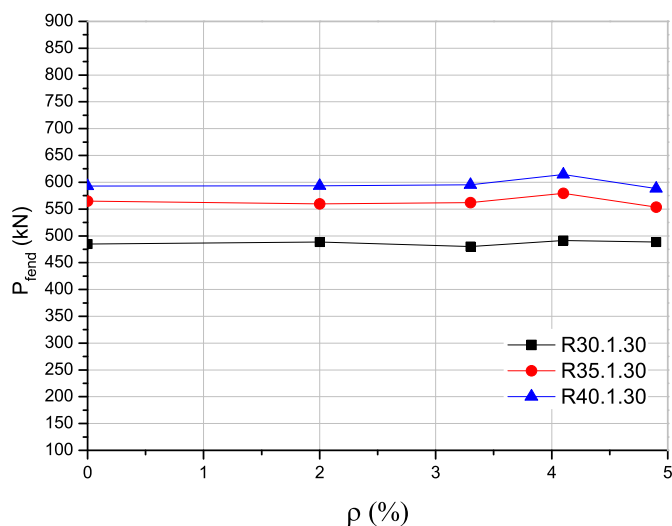


Figura 5.10: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,4$, $c=20$ mm)

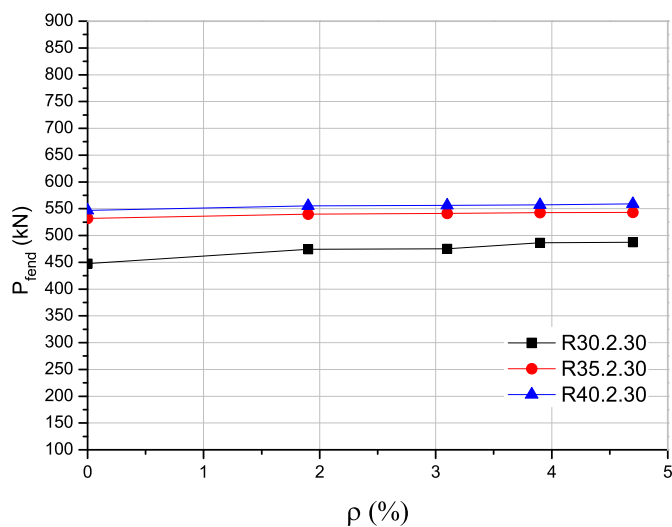
f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	398,6	-
	1,7	478,56	20,1
	2,7	480,28	20,5
	3,4	495,16	24,2
	4,1	491,68	23,4
43	0	487,32	-
	1,7	569,4	16,8
	2,7	571,04	17,2
	3,4	576	18,2
	4,1	569,4	16,8
48	0	510,4	-
	1,7	585,12	14,6
	2,7	586	14,8
	3,4	595,24	16,6
	4,1	596,96	17,0

Figura 5.11: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,8$, $c=20$ mm)

f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	484,76	-
	2	488,52	0,8
	3,3	480,2	-0,9
	4,1	491,24	1,3
	4,9	488,48	0,8
43	0	564,6	-
	2	559,68	-0,9
	3,3	561,8	-0,5
	4,1	579,2	2,6
	4,9	553,68	-1,9
48	0	593,08	-
	2	593,32	0,0
	3,3	595,36	0,4
	4,1	614,6	3,6
	4,9	588,16	-0,8

Figura 5.12: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,2$, $c=30$ mm)

f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	447,44	-
	1,9	474,2	6,0
	3,1	475,2	6,2
	3,9	486,32	8,7
	4,7	487,28	8,9
43	0	531,92	-
	1,9	539,6	1,4
	3,1	541	1,7
	3,9	542,44	2,0
	4,7	543,12	2,1
48	0	546,88	-
	1,9	555,12	1,5
	3,1	556	1,7
	3,9	557,16	1,9
	4,7	558,84	2,2

Figura 5.13: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,4$, $c=30$ mm)

f_{cm} (MPa)	ρ (%)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	0	398,6	-
	1,7	403,4	1,2
	2,7	454,56	14,0
	3,4	465,16	16,7
	4,1	461,68	15,8
43	0	487,32	-
	1,7	492,36	1,0
	2,7	520,96	6,9
	3,4	517,8	6,3
	4,1	523,28	7,4
48	0	510,4	-
	1,7	533,08	4,4
	2,7	547,56	7,3
	3,4	546,4	7,1
	4,1	547,44	7,3

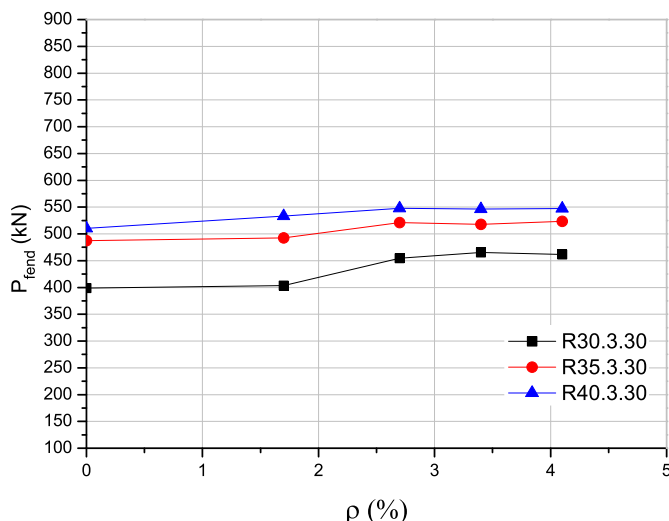


Figura 5.14: Variação da carga de fendilhação com a taxa de armadura ($A/A'=2,8$, $c=30$ mm)

Com o aumento do recobrimento o crescimento da carga de início de fendilhação deixa de ser tão evidente em todos os casos, no entanto, a tendência referida para os casos de recobrimento igual a 10 mm mantém-se para o recobrimento de 20 mm. No caso do recobrimento de 30 mm a tendência é que a carga de fendilhação se mantenha constante.

5.5.2.4 Influência da armadura helicoidal

Para além da análise anterior, onde foram considerados os dois tipos de armadura em conjunto, através da taxa de armadura, pretendeu-se saber a influência de cada um na carga de início de fendilhação.

As Figuras 5.15 e 5.16 apresentam a influência da armadura helicoidal na carga de início de fendilhação.

$\phi_{estribo}$ (mm)	$\phi_{helicoidal}$ (mm)	P_{fend} (kN)	variação (%)
6	8	585,04	-
	10	557,2	-4,8
	12	559,64	-4,3
8	8	615,88	-
	10	623,04	1,2
	12	621,56	0,9
10	8	647,4	-
	10	630,28	-2,6
	12	642,44	-0,8

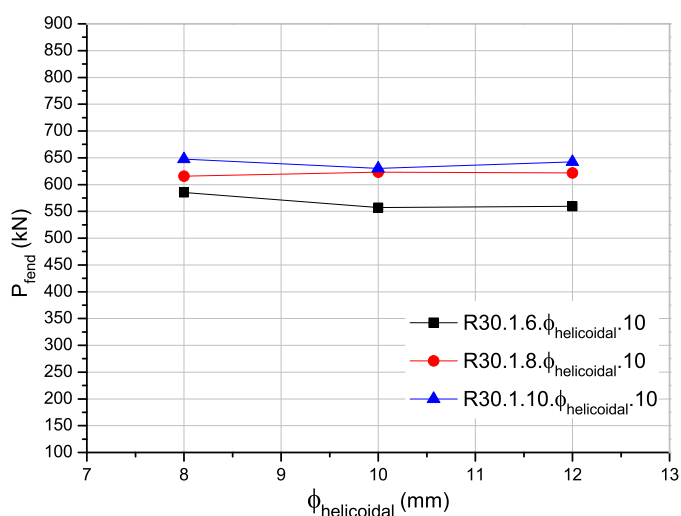


Figura 5.15: Variação da carga de fendilhação com o diâmetro da armadura helicoidal ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm, $f_{cm}=38$ MPa)

ϕ_{estribo} (mm)	$\phi_{\text{helicoidal}}$ (mm)	P_{fend} (kN)	variação (%)
6	8	698,68	-
	10	718,2	2,8
	12	721,48	3,3
8	8	690,16	-
	10	703,76	2,0
	12	707,32	2,5
10	8	733,16	-
	10	737,16	0,5
	12	757,08	3,3

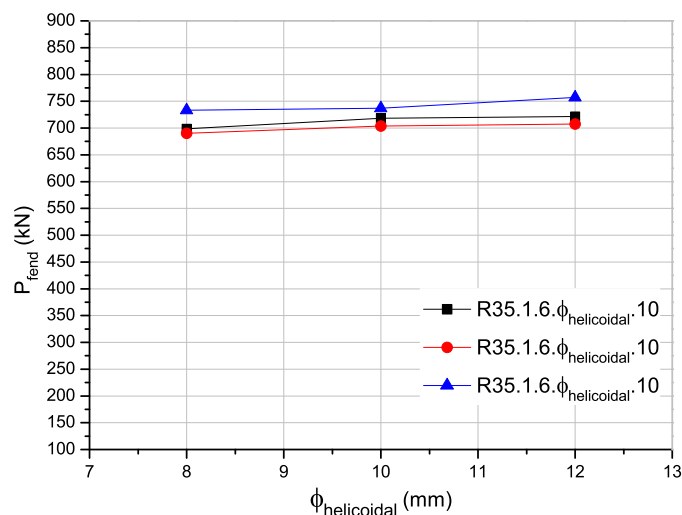


Figura 5.16: Variação da carga de fendilhação com o diâmetro da armadura helicoidal ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm, $f_{cm}=43$ MPa)

Através da análise das Figuras 5.15 e 5.16 percebe-se que o aumento do diâmetro da armadura helicoidal não conduz a um claro aumento da carga de início de fendilhação.

5.5.2.5 Influência dos estribos

As Figuras 5.17 e 5.18 apresentam a influência dos estribos na carga de início de fendilhação.

$\phi_{\text{helicoidal}}$ (mm)	ϕ_{estribo} (mm)	P_{fend} (kN)	variação (%)
8	6	585,04	-
	8	615,88	5,3
	10	647,4	10,7
10	6	557,2	-
	8	623,04	11,8
	10	630,28	13,1
12	6	559,64	-
	8	621,56	11,1
	10	642,44	14,8

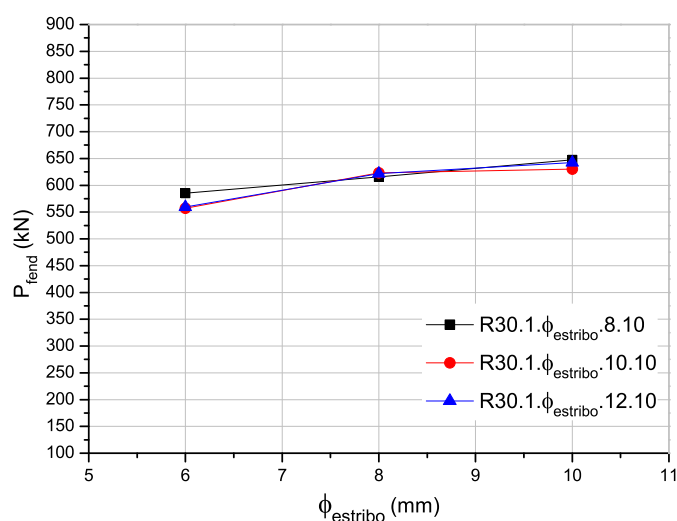


Figura 5.17: Variação da carga de fendilhação com o diâmetro dos estribos ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm, $f_{cm}=38$ MPa)

$\phi_{\text{helicoidal}}$ (mm)	ϕ_{estribo} (mm)	P_{fend} (kN)	variação (%)
8	6	698,68	-
	8	690,16	-1,2
	10	733,16	4,9
10	6	718,2	-
	8	703,76	-2,0
	10	737,16	2,6
12	6	721,48	-
	8	707,32	-2,0
	10	757,08	4,9

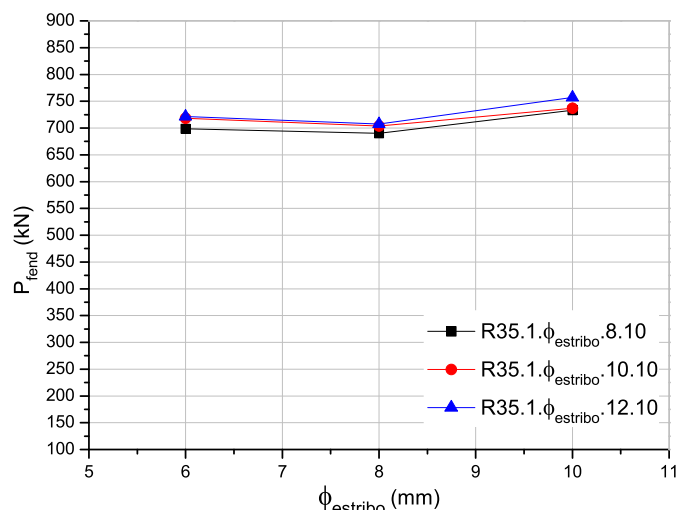


Figura 5.18: Variação da carga de fendilhação com o diâmetro dos estribos ($A/A'=2,2$, $c=10$ mm, $f_{cm}=43$ MPa)

De forma diferente do que aconteceu anteriormente, nas Figuras 5.17 e 5.18 a tendência geral é que a carga de início de fendilhação tenha valores superiores com o aumento do diâmetro do estribo.

Esta maior influência dos estribos em relação à armadura helicoidal pode ser explicada através do posicionamento de ambas. A armadura helicoidal é colocada no interior dos estribos, o que pode levar os estribos a terem maior influência na abertura da primeira fenda.

5.5.2.6 Influência do recobrimento

Nas Figuras 5.19 a 5.22 são apresentados os resultados da carga de início de fendilhação em função do recobrimento para as várias resistências do betão.

f_{cm} (MPa)	c (mm)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	10	585,04	-
	20	555,6	-5,0
	30	488,52	-16,5
43	10	698,68	-
	20	617,8	-11,6
	30	559,68	-19,9
48	10	773,4	-
	20	678,84	-12,2
	30	593,32	-23,3

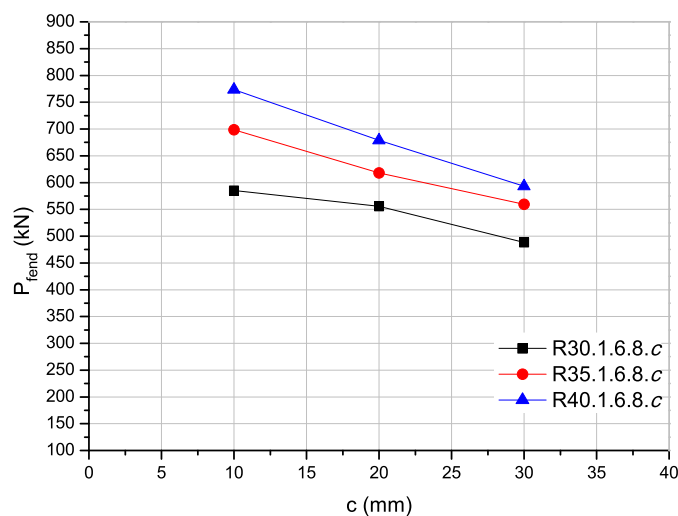
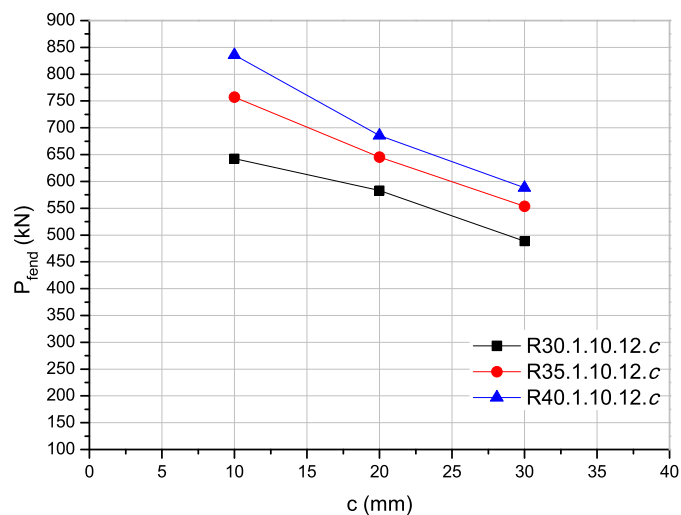
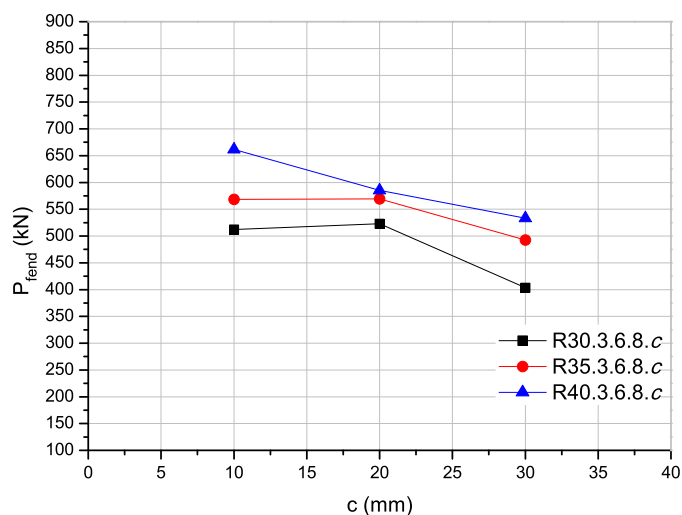


Figura 5.19: Variação da carga de fendilhação com o recobrimento ($A/A'=2,2$, $\rho=2$)

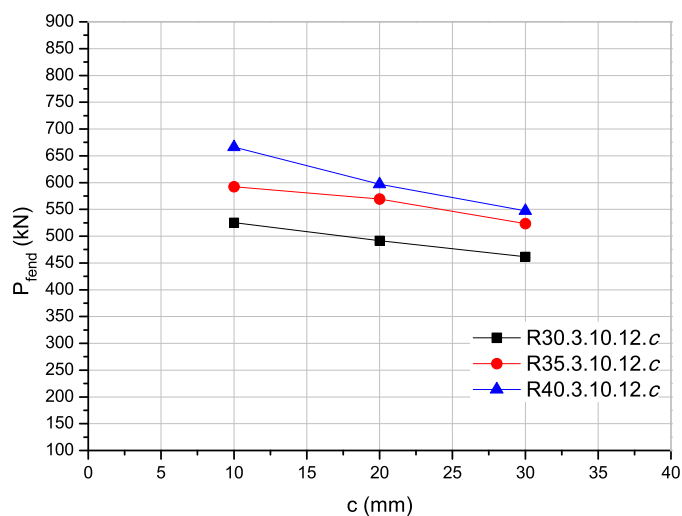
f_{cm} (MPa)	c (mm)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	10	642,44	-
	20	582,96	-9,3
	30	488,48	-24,0
43	10	757,08	-
	20	645,44	-14,7
	30	553,68	-26,9
48	10	835,76	-
	20	685,64	-18,0
	30	588,16	-29,6

Figura 5.20: Variação da carga de fendilhação com o recobrimento ($A/A'=2,2$, $\rho=4,9$)

f_{cm} (MPa)	c (mm)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	10	512,24	-
	20	522,92	2,1
	30	403,4	-21,2
43	10	568,6	-
	20	569,4	0,1
	30	492,36	-13,4
48	10	661,64	-
	20	585,12	-11,6
	30	533,08	-19,4

Figura 5.21: Variação da carga de fendilhação com o recobrimento ($A/A'=2,8$, $\rho=2$)

f_{cm} (MPa)	c (mm)	P_{fend} (kN)	variação (%)
38	10	525,36	-
	20	491,68	-6,4
	30	461,68	-12,1
43	10	592,08	-
	20	569,4	-3,8
	30	523,28	-11,6
48	10	666,44	-
	20	596,96	-10,4
	30	547,44	-17,9

Figura 5.22: Variação da carga de fendilhação com o recobrimento ($A/A'=2,8$, $\rho=4,9$)

Em todos os modelos é evidente o decréscimo da carga de início de fendilhação com o aumento do recobrimento, algo que não era considerado na formulação já existente de Bonetti [4].

5.5.3 Abertura de fendas

Nas Figuras 5.23 a 5.27 apresenta-se a evolução da abertura de fendas com a carga aplicada para vários casos, com o objetivo de avaliar a influência dos parâmetros anteriormente referidos na abertura de fendas.

Para esta análise utilizaram-se dois casos para avaliar cada um dos parâmetros. Em cada caso, mantêm-se constantes todas as características dos modelos, com exceção da variável em estudo.

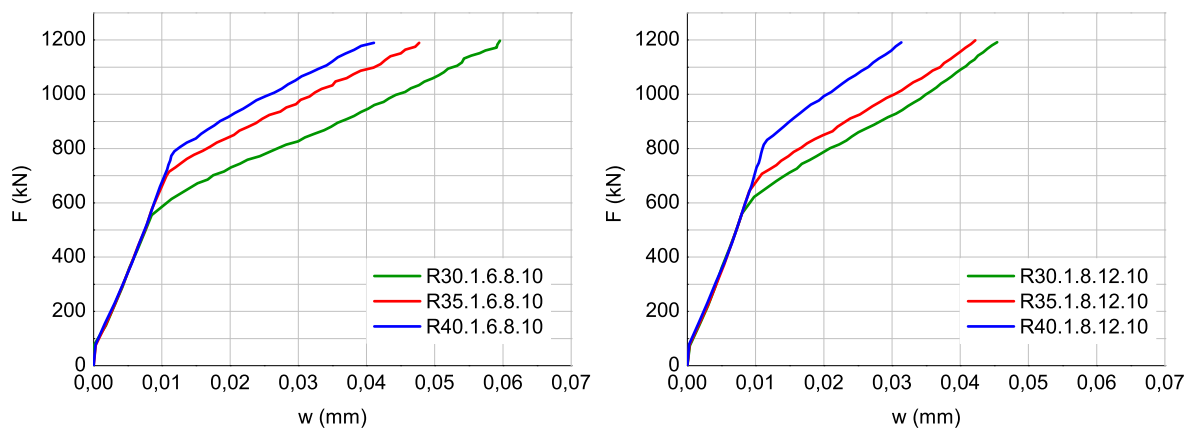


Figura 5.23: Abertura de fendas com alteração da resistência do betão

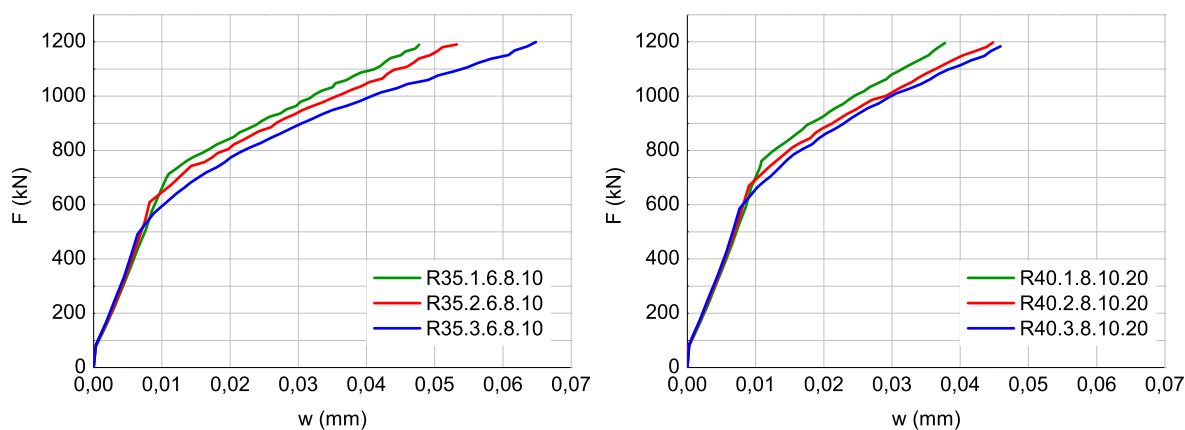


Figura 5.24: Abertura de fendas com alteração da secção

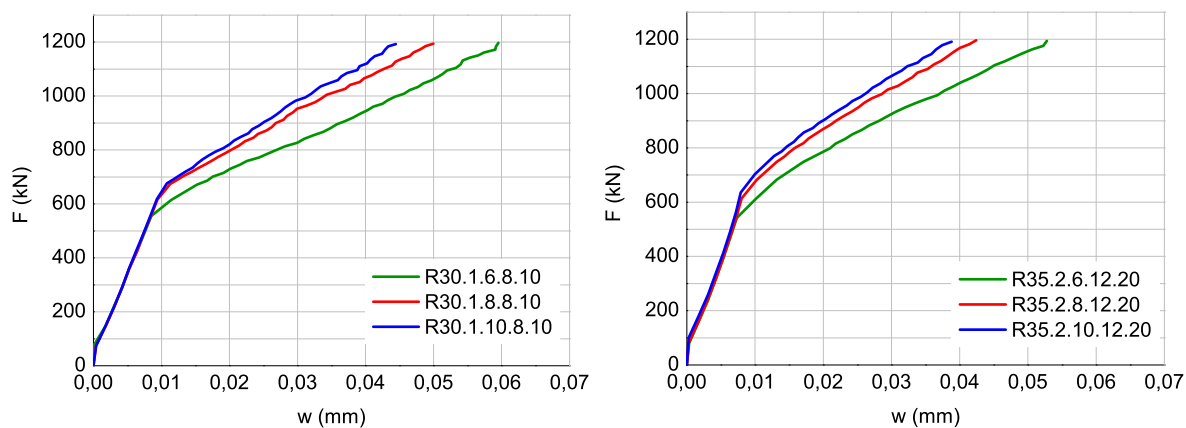


Figura 5.25: Abertura de fendas com alteração do diâmetro dos estribos

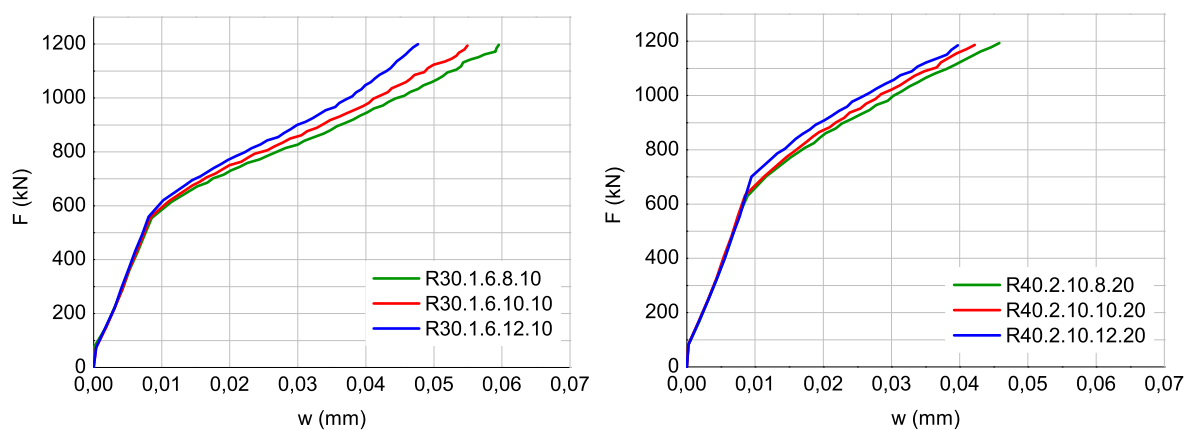


Figura 5.26: Abertura de fendas com alteração do diâmetro da armadura helicoidal

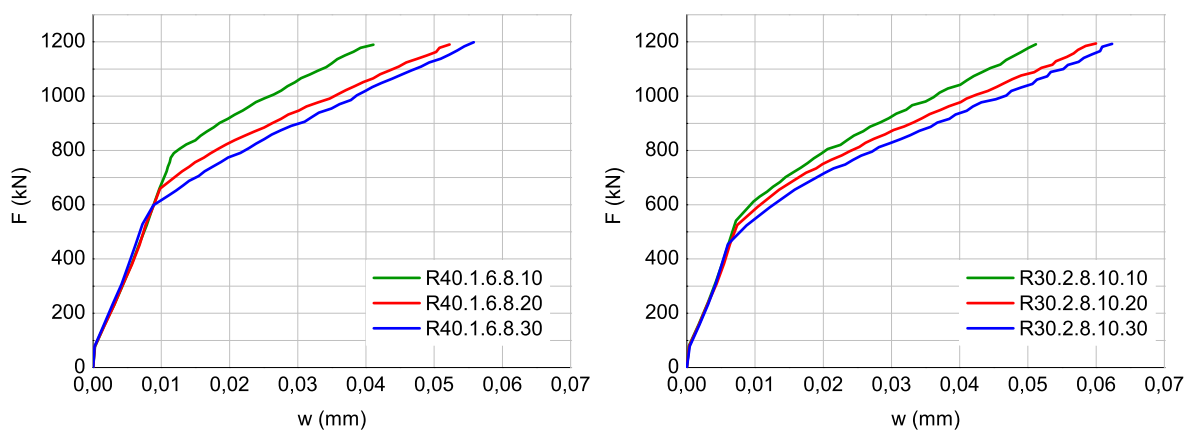


Figura 5.27: Abertura de fendas com alteração do recobrimento

As conclusões retiradas das Figuras 5.23 a 5.27 vão de encontro às já referidas na secção 5.5.2. A carga de início de fendilhação aumenta quanto maior for a resistência do betão e do diâmetro das armaduras e diminui com o aumento da secção e do recobrimento. Em relação às armaduras, é evidente a maior influência dos estribos em relação à armadura helicoidal.

É importante referir que a influência de determinados parâmetros também depende da quantidade de armadura adotada. Por exemplo, a influência da variação do diâmetro da armadura helicoidal é mais acentuada quando o diâmetro do estribo é menor.

É ainda de salientar que, todas as curvas força-abertura de fendas podem ser resumidas a dois troços lineares, sendo os primeiros troços quase sempre colineares, até ao momento em que se dá a abertura de primeira fenda. A partir do momento em que a primeira fenda ocorre começa o segundo troço, onde ocorre uma variação brusca de declive em relação ao anterior.

5.5.4 Análise das tensões tridimensionais

Como forma de consolidar as conclusões retiradas anteriormente acerca da influência de cada um dos parâmetros, foi avaliada a forma como ocorre a variação das tensões em alguns modelos.

As imagens apresentadas nas Figuras 5.28, 5.29 e 5.30 representam as tensões normais no eixo xx , σ_{xx} , instaladas nos modelos para a carga 383,4 kN (a carga de fendilhação mais baixa de todos os modelos estudados). De notar que são apenas apresentadas as tensões normais no eixo xx , σ_{xx} , uma vez que as tensões normais no eixo yy , σ_{yy} , são simétricas.

A primeira conclusão que pode ser retirada com a análise das tensões tridimensionais refere-se ao local onde a primeira fenda ocorre. É evidente que, em qualquer modelo, ocorre uma concentração de trações elevadas a meio da face (neste caso encontram-se na extremidade por se tratar de quartos de modelo) que levam à formação de uma fenda naquele local como já havia sido mencionado por [15].

Em relação ao que acontece em cada um dos modelos, na Figura 5.28 ocorre uma ligeira redução das trações nos modelos com armadura, isto é, uma carga de fendilhação mais elevada em relação ao modelo sem armadura.

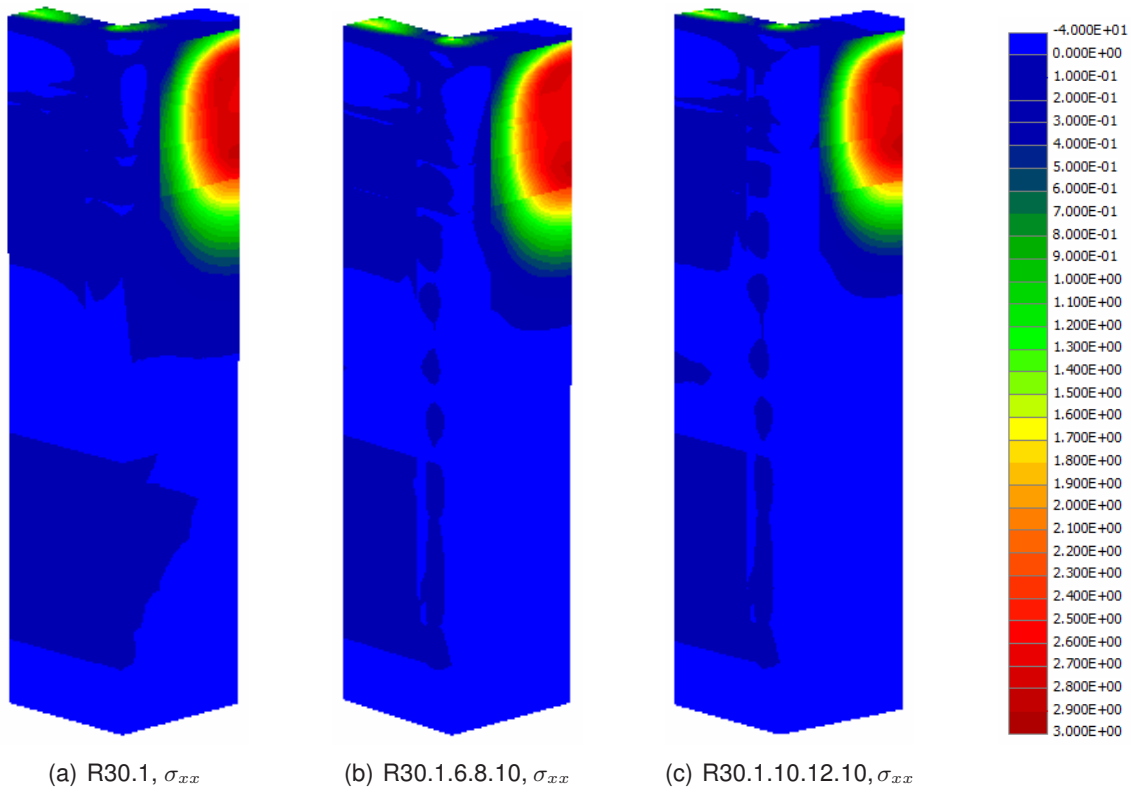


Figura 5.28: Comparação de tensões de modelos com diferentes taxas de armadura

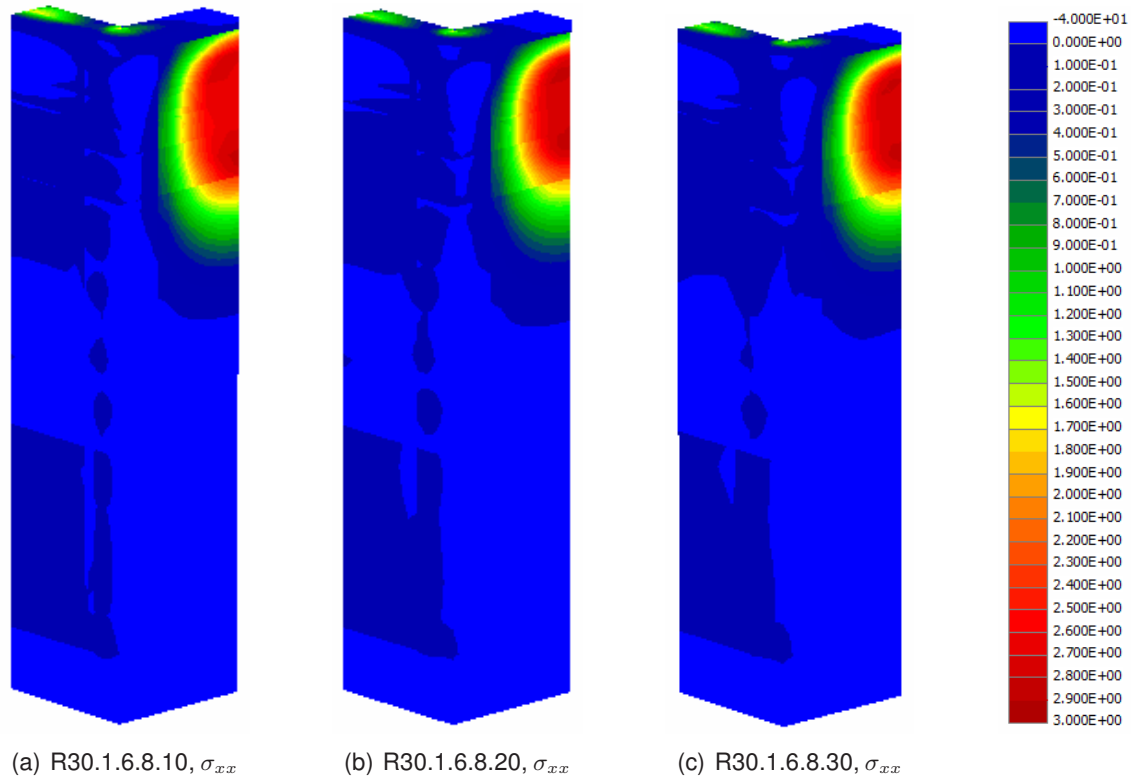


Figura 5.29: Comparação de tensões de modelos com diferentes recobrimentos

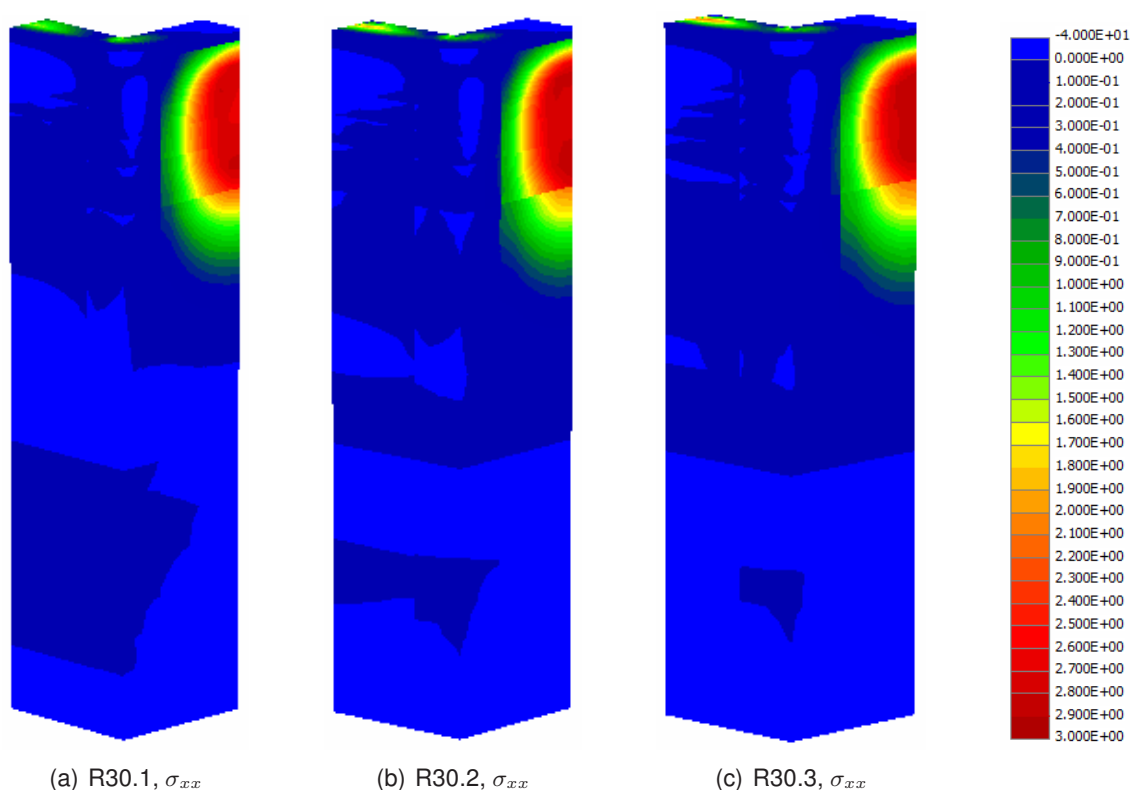


Figura 5.30: Comparação de tensões de modelos com diferentes secções

Na Figura 5.29, referente à variação do recobrimento, observa-se que o modelo com menor recobrimento apresenta tensões de tração numa área maior, no entanto, o aumento do recobrimento significa também uma concentração de tensões mais elevadas juntos à face. Depreende-se os modelos apresentam uma carga de fendilhação menor quanto maior o recobrimento.

Em relação à dimensão da secção, é possível observar na Figura 5.30, que o seu aumento leva a uma concentração de tensões de valor mais elevado junto à face, logo a uma carga de fendilhação inferior.

Em suma, as conclusões retiradas através da análise das tensões conduziu ao já observado na secção 5.5.2: a carga de fendilhação aumenta com a presença de armadura e diminui perante o aumento da secção e do recobrimento.

5.5.5 Comparação com previsão de fendilhação de Bonetti para modelos sem armadura

Como mencionado na secção 2, a única forma de estimar a carga para a qual se inicia o processo de fendilhação é através de ensaios experimentais. Com base na equação (2.1), da capacidade de carga em provetes de betão simples, de Bonetti [3], Bonetti, Roberts-Wollmann e Santos [4] propuseram a equação (2.11) como forma de prever o aparecimento da primeira fenda.

Assim, na Tabela 5.3 são comparados os valores da carga de fendilhação obtida através dos modelos numéricos ($P_{fend,num}$) com os obtidos pela fórmula de Bonetti,

Roberts-Wollmann e Santos [4] ($P_{fend,B}$).

Tabela 5.3: Comparação da carga de fendilhação com a equação (2.11) de Bonetti, Roberts-Wollmann e Santos [4]

Modelo	$P_{fend,num}(kN)$	$P_{fend,B}(kN)$	$P_{fend,num}/P_{fend,B}$
R30.1	484,76	819,16	0,59
R30.2	447,44	849,71	0,53
R30.3	398,60	900,29	0,44
R35.1	564,60	911,63	0,62
R35.2	531,92	945,06	0,56
R35.3	487,32	1000,70	0,49
R40.1	583,08	1003,89	0,58
R40.2	546,88	1040,20	0,53
R40.3	500,40	1100,90	0,45

Em todos os modelos, a previsão da carga de Bonetti, Roberts-Wollmann e Santos [4] é muito superior aos resultados numéricos obtidos. Na Tabela 5.3 é visível que a previsão da carga aumenta com a dimensão da secção, o que não acontece nos modelos numéricos, que diminuem a carga de fendilhação com o aumento da secção.

Isto deve-se ao facto do aumento da secção resultar numa maior carga de rotura, como é visível na Figura 5.31, portanto, numa previsão da carga de fendilhação resultante da aplicação de um coeficiente a uma equação para a carga de rotura o resultado tenderá de forma igual.

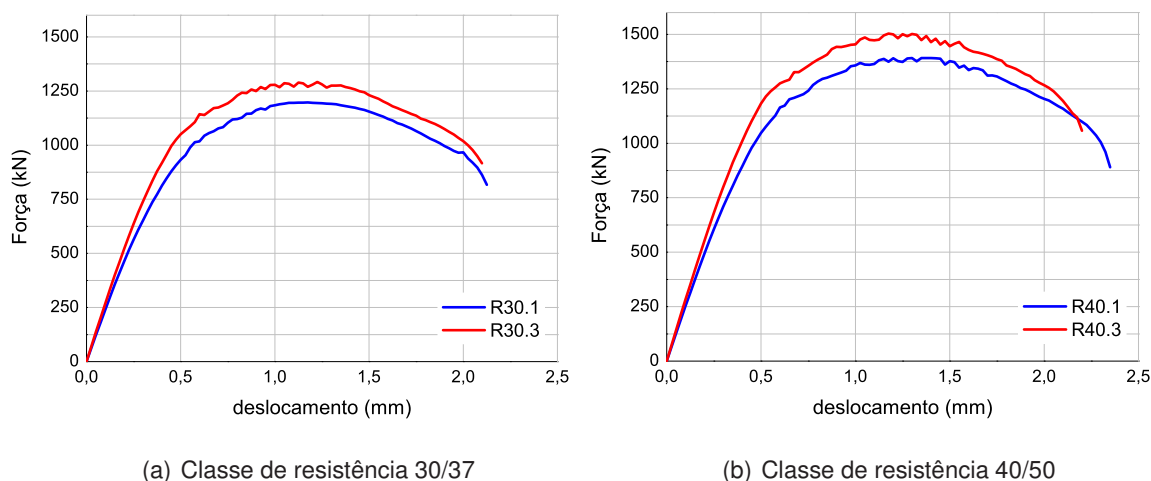


Figura 5.31: Comparação da carga de rotura em modelos sem armadura com alteração da secção

É importante salientar que, os resultados de Bonetti [3] que deram origem à equação (2.1), basearam-se em ensaios de modelos com chapas de transmissão de carga e neste estudo foi utilizado um dispositivo de ancoragem especial, podendo este ser um dos fatores que influenciam a diferença de resultados.

Capítulo 6

Conclusões e desenvolvimentos futuros

6.1 Conclusões

O trabalho desenvolvido nesta dissertação teve com objetivo a realização de um estudo paramétrico para aferir a importância da resistência do betão, dimensão da secção, diâmetro do estribo e da armadura helicoidal e do recobrimento, na carga para a qual se dá o início do processo de fendilhação. De uma forma geral, dentro dos parâmetros estudados, aqueles que apresentam maior influências nesta carga é a classe de resistência do betão e a dimensão da secção. Todos os modelos numéricos utilizados neste estudo foram realizados recorrendo ao programa de elementos finitos ATENA 3D e utilizando uma simplificação de dupla simetria, com o objetivo de reduzir o tempo de análise de 9 para 2 dias.

Inicialmente foi realizada uma calibração, com base nos resultados dos estudos anteriores de Marchão [19] e Vasconcelos [25]. Foram efetuadas 15 diferentes combinações de parâmetros (ε_{cp} , β e ω_d) para os 9 modelos em estudo, resultando num total de 135 modelos. Através destas variações foram escolhidos os parâmetros que melhor traduziam o comportamento dos provetes experimentais. Com os parâmetros aferidos realizou-se o estudo paramétrico, onde foram realizados um total de 270 modelos com diferentes características.

Os resultados obtidos neste trabalho foram, de uma forma geral, bastante satisfatórios, no entanto estes não dispensam a realização de ensaios experimentais como forma de validação futura das conclusões daqui retiradas.

Pudemos observar no estudo paramétrico realizado, que tal com seria esperado, um aumento da resistência do betão resultou num aumento da carga de aparecimento da primeira fenda. O facto de esta surgir para cargas bastante inferiores à rotura leva a que seja bastante influenciada pela extensão máxima de tração do betão, que apenas depende da resistência à tração do mesmo. Ao aumentar a classe de resistência do betão aumentamos também a sua resistência à tração, que resulta numa extensão máxima de tração superior logo uma carga de início de fendilhação também maior.

Em relação às armaduras e ao recobrimento, ao contrário do que foi concluído por

Bonetti [4], estes têm influência na carga de início de fendilhação, apesar de não ser tão significativa quanto a resistência do betão.

Dentro das armaduras utilizadas, o aumento do diâmetro dos estribos representa de forma geral um aumento da carga de fendilhação, embora este seja por vezes pouco significativo. Por outro lado, a armadura helicoidal apresentou sempre pouca influência na carga para a qual aparece a primeira fenda. Este resultado pode ser explicado através do posicionamento dos dois tipos de armadura. O facto das maiores tensões de tração, responsáveis pelo aparecimento de fendas, aparecerem tendencialmente nas faces laterais dos prismas (local onde se situam os estribos), garante que estes tenham uma maior influência.

A armadura helicoidal, apesar da sua pouca influência neste estudo, apresenta um papel importante no confinamento da zona local de ancoragem, isto é, na carga de rotura destas zonas [23].

Em relação à dimensão da secção, esta apresenta uma influência bastante importante na carga de fendilhação. O aumento da secção implica uma diminuição da carga de fendilhação. A conclusão aqui retirada sobre a influência da secção vai em sentido contrário ao que é proposto pela equação de Bonetti [4], onde a carga de fendilhação aumenta com a dimensão da secção, uma vez que possui uma maior quantidade de betão confinado.

O facto de a dimensão da secção ter uma influência diferente no que diz respeito à rotura e à carga de fendilhação conduz à conclusão que a formulação de uma equação para a carga de fendilhação, não pode ter na sua génese uma equação para a rotura

Os resultados que foram comparados com os da fórmula para a previsão da carga de aparecimento da primeira fenda baseia-se apenas nos modelos sem armadura, no entanto, como já foi concluído anteriormente, os estribos apresentam uma influência bastante relevante no que à fendilhação diz respeito, ao contrário da rotura onde a armadura helicoidal demonstra ser mais importante. Isto vem reforçar ainda mais o facto de que uma eventual equação de previsão da carga de fendilhação não pode ter como base uma equação de previsão da capacidade de carga.

As conclusões retiradas para a carga de início de fendilhação foram posteriormente confirmadas através do estudo da abertura de fendas. A análise de abertura de fendas através dos gráficos força-abertura de fendas, levou também à conclusão que o seu desenvolvimento pode ser simulado através de dois troços lineares retos com diferentes declives, sendo que, na grande maioria dos casos, a única diferença entre os vários modelos é o nível de carga para a qual ocorre a primeira fenda (onde ocorre a alteração do declive). No caso do troço reto anterior à formação da primeira fenda, este é colinear na grande maioria dos modelos em estudo.

6.2 Desenvolvimentos futuros

Sendo este um tema tão amplo e que apenas há pouco tempo passou a ser estudado dentro da comunidade científica, muitas questões surgiram no desenvolvimento deste

trabalho. Assim, sugere-se a continuação do estudo das zonas locais de ancoragem de pré-esforço, propondo o seguinte:

- Formulação de uma equação que estime a carga de início de fendilhação em zonas locais de ancoragens;
- Formulação de uma equação que estime a abertura de fendas em zonas locais de ancoragens;
- Realização de campanhas experimentais com maior variedade de prismas com uma adequada monitorização da carga de início de fendilhação e da abertura de fendas, para uma modelação mais próxima da realidade.

Referências bibliográficas

- [1] AASHTO: *Standard Specifications for Highway Bridges*. American Association of State Highway and Transportation Officials, Inc., Washington, D.C., 2002.
- [2] Axson, D. P.: *Ultimate Bearing Strength of Post-tensioned Local Anchorage Zones in Lightweight Concrete*. Tese de Mestrado, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2008.
- [3] Bonetti, R.: *Ultimate Strength of the Local Zone in Load Transfer Tests*. Tese de Mestrado, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2005.
- [4] Bonetti, R., C. L. Roberts-Wollmann e J. T. Santos: *Bearing strength of confined concrete*. ACI Structural Journal, 111(6):1317–1327, 2014.
- [5] Breen, J. E., O. Burdet, C. Roberts, D. Sanders e G. Wollmann: *Anchorage Zone Reinforcement for Post-Tensioned Concrete Girders*. Technical Report Final Report 10-29, National Cooperative Highway Research Program, 1991.
- [6] Cervenka, J. e V. Cervenka: *On the uniqueness of numerical solutions of shear failure of deep concrete beams*. CRC Press, páginas 281–290, 2010.
- [7] Cervenka, V., J. Cervenka e M. Sistek: *Verification of global safety assisted by numerical simulation*. Proceedings of the fib Symposium Prague 2011, páginas 62–68, 2011.
- [8] Cervenka, V. e H. R. Ganz: *Validation of post-tensioning anchorage zones by laboratory testing and numerical simulation*. Structural Concrete, 15:258–268, 2014.
- [9] Cervenka, V., L. Jendele e J. Cervenka: *ATENA Program Documentation Part 1 Theory*, 2016.
- [10] Cruz, J. G. C.: *Influência da resistência à tração e da energia de fratura do betão na resistência local de ancoragem*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa, 2017.
- [11] Dobromil, P. e J. Cervenka: *ATENA Program Documentation, Part 11, Troubleshooting Manual*. Cervenka Consulting, Ltd., Prague, 2015.
- [12] EN 1992-1-1: *Eurocode 2 - Design of Concrete Structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings*, 2010.
- [13] ETAG 013: *Guideline for European Technical Approval of Post-Tensioning Kits for Prestressing of Structures*, 2002.

- [14] FIP Recommendation: *Recommendations for the acceptance of post-tensioning systems*, 1993.
- [15] Ibel, T.J. e C. J. Burgoyne: *Experimental Investigation of behaviour of anchorage zones*. Magazine of Concrete Research, 45(217):281–291, 1993.
- [16] Ibel, T.J. e C. J. Burgoyne: *A generalized lower-bound analysis of anchorage zones*. Magazine of Concrete Research, 46(167):133–143, 1994.
- [17] Ibel, T.J. e C. J. Burgoyne: *A plasticity analysis of anchorage zones*. Magazine of Concrete Research, 46(166):39–48, 1994.
- [18] Laboratório Nacional de Engenharia Civil: *Especificação LNEC E 450-2010: Varões de aço A500 NR para armaduras de betão armado. Características, ensaios e marcação*, 2010.
- [19] Marchão, C. A. C.: *Optimisation and Design of Post-Tensioning Anchorage Corner Blisters in Concrete Box Girder Bridges*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa, 2015.
- [20] Model Code 2010: *Model Code 2010 - Final Draft, Vol. 1. Bulletin 65*. Fédération Internationale du Béton, Lausanne, Suíça, 2012.
- [21] Oh, B. H., G. H. Lim e S. S. Park: *Stress Distribution and Crack Control at Anchorage Zones in Prestressed Concrete Box-Girder Bridge Members*. ACI Structural Journal, 94(5):549–557, 1997.
- [22] Papanikolaou, V. K. e C. Jan: *Three dimensional combined fracture - plastic material model for concrete*. International Journal of Plasticity, 24:2192–2220, 2008.
- [23] Rebelo, J. H.: *Estudo da Contribuição do Confinamento na Resistência da Zona Local de Ancoragem de Pré-Esforço*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa, 2016.
- [24] Stone, W. C. e J. E. Breen: *Behavior of Post-Tensioned Girder Anchorage Zones*. PCI Journal, 1984.
- [25] Vasconcelos, F.: *Estudo da contribuição do confinamento na resistência da zona local de ancoragem de pré-esforço*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa, 2017.
- [26] Wollmann, G. P. e C. L. Roberts-Wollmann: *Anchorage Zone Design: Preprint of Chapter VIII, Post-tensioning Manual*. Post-Tensioning Institute, 6th edition, 2000.